



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par *l'Institut National Polytechnique de Toulouse*

Discipline ou spécialité : *Micro-Ondes, Electromagnétisme et Optoélectronique*

Présentée et soutenue par *Maxime Romier*
Le 25 novembre 2008

Titre : *Simulation électromagnétique des antennes actives en régime non-linéaire*

JURY

M. Hervé Aubert, Professeur, LAAS, Toulouse

M. André Barka, Ingénieur, ONERA, Toulouse

M. Raphaël Gillard, Professeur, IETR, Rennes

M. Jean-Paul Martinaud, Ingénieur, THALES, Elancourt

M. Raymond Quéré, Professeur, XLIM, Limoges

M. Michel Soiron, Ingénieur, THALES, Elancourt

Directeur de thèse

Co-Directeur de thèse

Président - Rapporteur

Examineur

Rapporteur

Examineur

Ecole doctorale : *GEET*

Unité de recherche : *ONERA Toulouse, DEMR*

Directeur(s) de Thèse : *M. Hervé Aubert, M. André Barka*

Rapporteurs : *M. Raphaël Gillard, M. Raymond Quéré*

Remerciements

À mes parents,

À Yuan

Je souhaite tout d'abord exprimer ma profonde gratitude à Hervé Aubert, chercheur au LAAS-CNRS, et André Barka, ingénieur de recherche à l'ONERA (DEMR), pour m'avoir accueilli et formé au sein des laboratoires toulousains, et pour avoir soutenu ma candidature pour cette thèse passionnante. Leurs approches scientifiques complémentaires, leur pédagogie et leurs conseils ont été très précieux tout au long de ces trois années.

J'exprime au même titre ma très sincère reconnaissance à Michel Soiron et Jean-Paul Martinaud, ingénieurs chez THALES Systèmes Aéroportés, qui ont codirigé ces travaux et m'ont accueilli à plusieurs reprises dans leur équipe, lors de mes déplacements prolongés à Élancourt. Leur très riche expérience, ainsi que les moyens qu'ils ont mis à disposition des recherches sont pour beaucoup dans l'aboutissement de ce travail.

Cette thèse est le fruit d'une large collaboration, parfois complexe, qui s'est finalement révélée très constructive et a donné lieu à des réunions techniques denses et passionnantes.

Je remercie très vivement Raphaël Gillard, professeur à l'IETR, et Raymond Queré, professeur à XLIM, qui ont bien voulu rapporter ces travaux de thèse. Leur connaissance poussée des différents aspects du sujet apporte un éclairage et une caution très précieuse. L'intérêt manifesté au travers des questions a été particulièrement agréable.

Cette thèse a conduit à de nombreux déplacements entre Toulouse et Élancourt, et autant d'occasions de rencontrer différentes équipes que je salue amicalement.

Chez THALES, je remercie tout d'abord Patricia, pour sa disponibilité et sa bonne humeur, les équipes hyper, Thierry, Alain, Gilles, Clarisse, Fabienne, Bernard, Xavier, sans oublier Philippe, Yves, Daniel... Je salue également mes collègues thésards, Jean-Marc, et Julie sans qui l'organisation des mesures d'amplificateurs aurait été très compliquée. Merci à Guy et Christian qui m'ont aidé à réaliser la mesure d'une maquette en chambre anéchoïque. Je salue aussi Khalid, Walid, Julien, Jean-Philippe, et Ollivier dont j'ai un temps partagé le bureau.

Je remercie chaleureusement le personnel du DEMR Toulouse où s'est déroulée une grande partie de la thèse, et en particulier José, Danielle, Corinne, Pascale, Thibault, Thierry, Roger, Vincent, Hervé, Cédric, Baas, Jean-Philippe, Florent, Jean-Pierre, Maryse, Xavier. Je salue également les nombreux doctorants et compagnons de route : Rémi, Thomas (Crépin et Lambard), Nicolas (Jeannin et Capet), Stefan, Anthony, Simon, Laurent, Nadia, Laura, Marie, Romain, Ludovic, sans oublier nos augustes prédécesseurs : Renaud (Chiniard et Durand), Julien, Arnaud...

Je remercie enfin la société AMCAD de Limoges, et en particulier Tony Gasseling qui a réalisé la mesure des amplificateurs, avec gentillesse et renfort d'explications.

Un dernier merci à tous ceux qui ont partagé ce bout de chemin...

Sommaire

INTRODUCTION GENERALE	1
------------------------------------	----------

CHAPITRE 1 MODELISATION NON-LINEAIRE DES AMPLIFICATEURS.....	9
---	----------

1.1 DEFINITION DES MODELES	10
1.1.1 CONTRAINTES DE MODELISATION	10
1.1.2 MATRICE DE DIFFRACTION GRAND SIGNAL.....	12
1.1.3 MATRICE DE DISTORSION POLYHARMONIQUE	14
1.2 CONSTRUCTION DES MODELES	16
1.2.1 CARACTERISATION DES AMPLIFICATEURS	16
1.2.2 EXTRACTION DES MODELES	20
1.2.3 PERFORMANCES COMPAREES DES MODELES	24
1.2.4 PISTES D'AMELIORATION	27
BIBLIOGRAPHIE	28

CHAPITRE 2 CALCUL DU RESEAU D'ELEMENTS RAYONNANTS	31
--	-----------

2.1 PRESENTATION DES METHODES.....	32
2.1.1 METHODE DE DECOMPOSITION DE DOMAINE	33
2.1.2 TECHNIQUE PAR CHANGEMENT D'ECHELLE.....	35
2.2 FORMULATION EN ONDES DE LA TECHNIQUE PAR CHANGEMENT D'ECHELLE.....	36
2.2.1 MULTIPOLE D'HYBRIDATION SCT/DDM	37
2.2.2 MULTIPOLE DE CHANGEMENT D'ECHELLE	45
2.2.3 MULTIPOLES DE FERMETURE	51
2.3 VALIDATION DE L'ALGORITHME SCT.....	52
2.3.1 IRIS RECTANGULAIRE	52
2.3.2 ANNEAU CIRCULAIRE	55
2.3.3 INTEGRATION DE LA SCT DANS UN GRAPHE DDM.....	58
2.4 SIMULATION D'UNE ANTENNE PAR SCT/DDM	60
2.4.1 APPLICATION DE LA SCT SUR UNE OUVERTURE	61
2.4.2 APPLICATION DE LA SCT AU VOISINAGE DE L'OUVERTURE	64
2.4.3 LIMITATIONS ACTUELLES ET PISTES D'AMELIORATION	67
BIBLIOGRAPHIE	68

CHAPITRE 3 SIMULATION DES ANTENNES ACTIVES EN REGIME NON-LINEAIRE ...71

3.1 ALGORITHME DE SIMULATION NON-LINEAIRE	72
3.1.1 DESCRIPTION MULTI-DOMAIN DES ANTENNES ACTIVES.....	72
3.1.2 RESOLUTION ITERATIVE DE L'EQUATION DU GRAPHE	74
3.2 APPLICATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS	77
3.2.1 CHARGE ACTIVE DES AMPLIFICATEURS	80
3.2.2 MODIFICATION DU GAIN DU LOBE PRINCIPAL	83
3.2.3 RAYONNEMENT DE LOBES PARASITES.....	87
3.2.4 INFLUENCE DE L'ISOLATION.....	91
3.3 PISTES DE VALIDATION.....	92

CONCLUSION ET PERSPECTIVES.....95

PUBLICATIONS99

Introduction générale

Les antennes actives en cours de développement pour des applications de détection électromagnétique ou de communication ont pour particularité de posséder un amplificateur de puissance placé à proximité immédiate des éléments rayonnants pour optimiser leur rendement. La figure 1-1 ci-dessous montre le synoptique d'une telle antenne. Le signal à rayonner est divisé dans un rapport N par un distributeur hyperfréquence. Chacune des N voies comporte une puce multi-fonctions, contrôlant le déphasage et l'atténuation du signal à basse puissance ainsi qu'un amplificateur de puissance hyperfréquence (High-Power Amplifier, *HPA*) alimentant un élément rayonnant à travers un circulateur. Le principe de fonctionnement de ces antennes est identique à l'émission et à la réception où le circulateur est connecté à un amplificateur faible bruit (Low-Noise Amplifier, *LNA*) puis à un circuit de contrôle de phase et d'amplitude (généralement identique à celui de la voie émission). Enfin, un circuit hyperfréquence spécifique permet de sommer les signaux recueillis par chacune des N voies hyperfréquences.

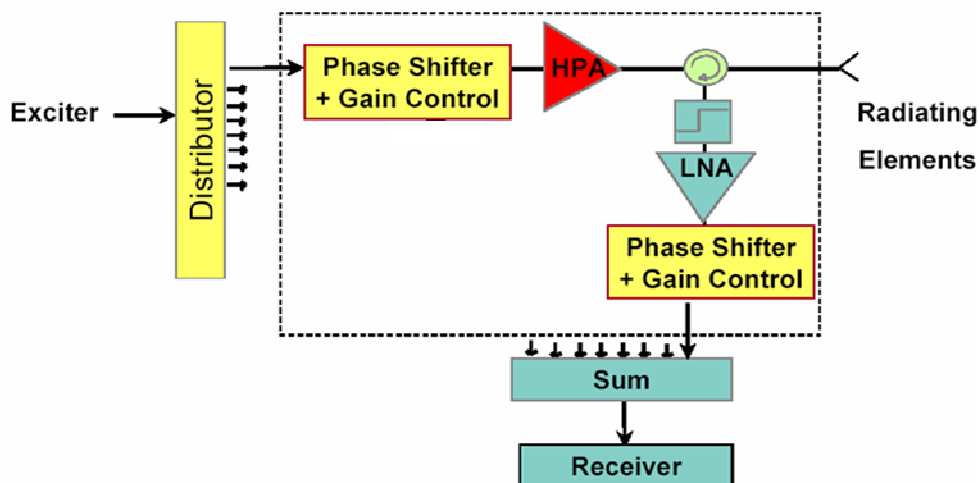


Figure 1 Synoptique d'une antenne active

La fonction du circulateur est double, il permet non seulement de partager l'accès à l'élément rayonnant, mais également de ramener en sortie du HPA une charge constamment adaptée, malgré les éventuelles variations d'impédance de l'élément rayonnant. L'isolation procurée par le circulateur, de l'ordre de -40 dB , garantit la maîtrise de la charge du HPA en conditions opérationnelles, et une protection efficace contre les désadaptations susceptibles d'entraîner sa destruction.

L'étude d'architectures alternatives pourrait néanmoins conduire à remplacer les circulateurs dans les modules TR. En effet, les circulateurs sont des dispositifs encombrants, qui contribuent aux pertes de l'antenne en émission et en réception. On peut imaginer, par exemple, le remplacement des circulateurs par des commutateurs (MEMS, MMIC) dont les performances sont différentes de celles des circulateurs. Par ailleurs, le développement d'antennes dédiées exclusivement à l'émission, associées à des antennes réceptrices situées sur la même plateforme (mode quasi-monostatique) ou sur des plateformes différentes (mode bistatique), conduirait à concevoir des modules exclusivement dédiés à l'émission, dans lesquels le partage des voies ne serait plus nécessaire. Seul le besoin d'isolation subsisterait dans ce cas, et devrait être évalué a minima.

On s'attend, sans une isolation suffisante entre amplificateurs et éléments rayonnants, à ce que les caractéristiques de fonctionnement des amplificateurs varient fortement selon la direction de pointage. En effet, modifier la direction de pointage change la phase relative des signaux émis par les éléments voisins du réseau, et captés par couplage. Il en résulte une variation de l'impédance ramenée en sortie du HPA (effet *load-pull*), susceptible d'altérer la puissance émise et la phase de transfert, voire même de détruire l'amplificateur. Par conséquent, la charge active des amplificateurs doit être évaluée dès la conception et dans l'intégralité des configurations afin de déterminer le niveau minimal d'isolation nécessaire entre amplificateurs et éléments rayonnants, et de prévoir une éventuelle détérioration des performances globales de l'antenne.

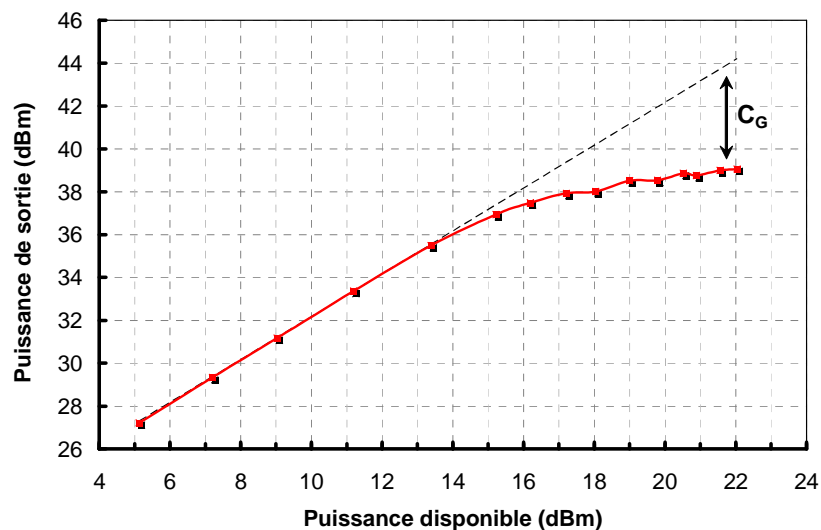


Figure 2 Puissance de sortie du HPA UMS CHA7010 en fonction de la puissance disponible (9,75 GHz)

Dans les applications radar, pour lesquelles la portée est primordiale, les amplificateurs sont utilisés en régime saturé afin de maximiser la puissance rayonnée. La Figure 2 montre la puissance en sortie de l'amplificateur à la fréquence fondamentale, en fonction de la puissance disponible en entrée lorsque l'amplificateur est chargé par 50Ω . On voit que malgré le phénomène de compression de gain (C_G), la puissance de sortie augmente toujours avec la puissance disponible. Il est donc tentant d'utiliser les amplificateurs en régime saturé malgré les éventuels problèmes posés par la génération d'harmoniques, tels que les produits d'intermodulations (InterModulation Products, IMP).

Objectifs et démarche proposée

L'objectif de cette thèse est de proposer une méthode de simulation des antennes actives en émission, en régime non-linéaire, prenant en compte les désadaptations de charge induites par couplage. On sait que l'utilisation de circuits non-linéaires dans des antennes réseaux peut s'accompagner d'effets indésirables, tels que les faisceaux d'intermodulation par exemple [1]. La prédiction des caractéristiques de fonctionnement des antennes actives nécessite de simuler conjointement les parties circuit et antenne.

La simulation d'une antenne active intégrée [2] illustre cette démarche. Cette antenne se compose d'un transistor polarisé connecté à une antenne imprimée. Le point de fonctionnement du système dépend à la fois des caractéristiques électriques du transistor et des propriétés électromagnétiques de l'antenne dans son environnement. La méthode proposée consiste à importer les résultats du calcul électromagnétique des composants passifs (lignes micro-rubans, patch), calculés par FDTD, dans un simulateur circuit. Les paramètres de diffraction des éléments passifs, à la fréquence fondamentale et aux harmoniques, sont associés au modèle électrique du transistor afin de réaliser une analyse de type équilibrage harmonique. Ce type d'analyse permet de prendre pleinement en compte la non-linéarité du transistor à chacune des fréquences générées.

Malheureusement, les antennes actives étudiées sont beaucoup plus complexes. Chaque amplificateur, composé d'une douzaine de transistors, interagit avec les amplificateurs situés sur les autres voies d'un réseau pouvant compter des milliers d'éléments. Transposer cette approche reviendrait à analyser simultanément des milliers de transistors, connectés par l'intermédiaire d'un réseau passif modélisant les couplages du réseau. Une telle analyse demanderait un temps de calcul très important, et poserait certainement de sérieux problèmes de convergence. Les limites des modélisations de niveau circuit conduisent à privilégier une approche « système », dans laquelle les circuits actifs sont décrits par des modèles de type comportementaux [3-5].

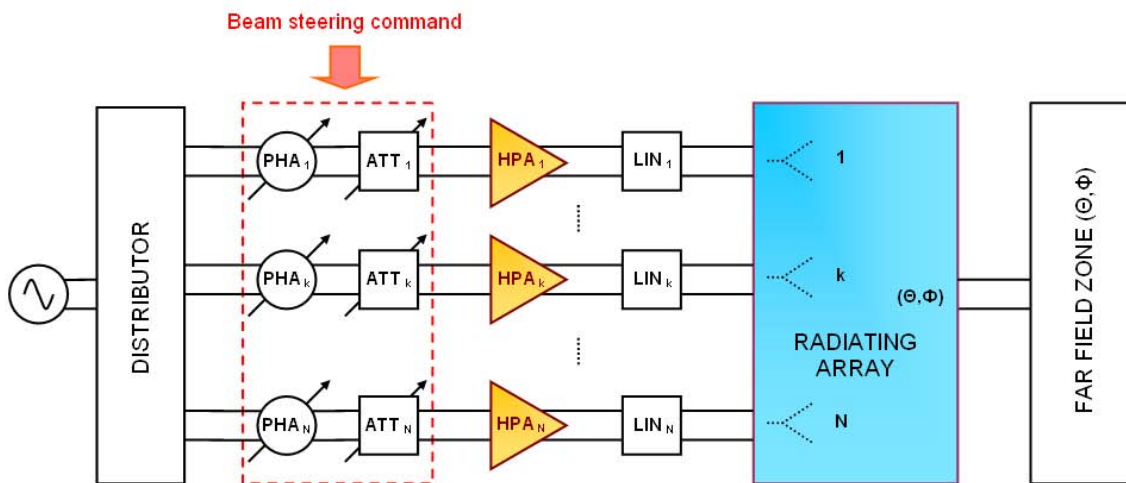


Figure 3 Graphe multi-domaine de l'antenne active en émission

Les signaux pulsés utilisés pour la détection radar peuvent être assimilés, en régime stationnaire d'impulsion, à des signaux monoporteuses. La simulation de l'antenne sera donc réalisée dans le domaine fréquentiel, en s'appuyant sur la méthode de décomposition de domaine (Domain Decomposition Method, DDM) [6] qui consiste à décomposer le volume global de calcul en sous-volumes, reliés entre eux par des interfaces fictives sur lesquelles sont définies des bases communes pour la représentation des champs tangentiels. Cette méthode a notamment été utilisée pour la simulation de réseaux finis [7] ou la prédiction des caractéristiques de rayonnement d'antennes installées sur aéronefs [8]. La Figure 3 montre le graphe multi-domaine de l'antenne active associant les parties « circuit » et « antenne ». Les éléments linéaires du graphe (distributeur, déphaseurs, atténuateurs, lignes, isolateurs, réseau d'éléments rayonnants) sont généralement caractérisés par des matrices de diffraction, on cherchera donc un modèle non-linéaire de HPA compatible avec le formalisme en ondes.

Compte tenu des dimensions importantes du réseau et de la multiplicité des échelles mises en jeu, la résolution directe du problème électromagnétique par des méthodes numériques classiques (méthodes des éléments finis, méthodes des différences finies, méthodes des moments...) risque de conduire à des temps de calcul importants et à des problèmes de convergence numérique vis à vis des paramètres de la méthode (densité de maillage, richesse des bases). Nous essayerons de traiter le calcul électromagnétique du réseau par une approche originale couplant la méthode multi-domaine et la technique par changement d'échelle (Scale Change Technique, SCT), une méthode surfacique procédant par changement d'échelles successifs. Cette technique, dédiée aux structures planaires, a été mise en œuvre précédemment pour le calcul de cellules déphaseuses de reflectarrays [9] et de structures auto-similaires [10].

Dans le premier chapitre, on cherchera un modèle d'amplificateur adapté aux contraintes de simulation des antennes actives en émission. Des modèles non-linéaires bilatéraux tels que la matrice de diffraction grand signal et la matrice de distorsion polyharmonique seront introduits. On verra comment, à partir de simulations ou de mesures en régime grand signal et en conditions load-pull, les paramètres des modèles peuvent être déterminés par un processus d'optimisation qui sera appliqué à un amplificateur représentatif. La précision de différents modèles sera comparée, pour aboutir au choix d'un modèle destiné à être intégré au graphe de décomposition de domaine de l'antenne.

Dans le second chapitre, nous envisagerons de traiter le calcul électromagnétique des réseaux d'éléments rayonnants en associant la technique par changement d'échelle (SCT) et la méthode de décomposition de domaine (DDM). Une formulation originale de la technique par changement d'échelle, en ondes, sera développée puis implémentée dans un environnement numérique. L'algorithme de calcul par changement d'échelle sera validé, et les critères de convergence de la technique seront discutés. On associera ensuite la SCT à d'autres méthodes électromagnétiques (éléments finis, équations intégrales) au sein de graphes multi-domaines, pour aboutir à la simulation d'éléments rayonnants et par extension d'antennes réseaux.

Dans le troisième chapitre, la simulation non-linéaire d'une antenne active complète, composée de plus d'une centaine d'éléments, sera réalisée en intégrant les modèles non-linéaires d'amplificateurs (introduits dans le premier chapitre) au graphe de décomposition de domaine de l'antenne. Le calcul de l'équation de graphe, en présence de blocs non-linéaires, sera résolu par une approche itérative originale. Au travers d'applications numériques, dans différentes configurations de pointage de l'antenne, différents effets tels que la modification de gain du lobe principal et la formation de lobes parasites seront mis en évidence. L'influence de l'isolation sur les performances de l'antenne et sur le stress des amplificateurs sera quantifiée.

Bibliographie

- [1] S. L. Loyka, "The Influence of Electromagnetic Environment on Operation of Active Array Antennas: Analysis and Simulation Techniques," *IEEE Transactions and Propagation Magazine*, vol. 41, pp. 23-35, 1999.
- [2] V. B. Ertürk, R. G. Rojas, and P. Roblin, "Hybrid analysis/design method for active integrated antennas," *IEE Proc.-Microw. Antennas Propagat.*, vol. 146, pp. 131-137, 1999.
- [3] T. S. Nielsen, S. Tawfik, T. Larsen, and S. Linfors, "Behavioral level modeling of power amplifiers with varying Antenna load," in *Vehicular Technology Conference*, vol. 2, V. T. Conference, Ed. Stockholm, Sweden, 2005, pp. 963-967.
- [4] F. X. Estagerie, T. Reveyrand, S. Mons, R. Quere, L. Constancias, and P. L. Helleye, "From circuit topology to behavioural model of power amplifiers dedicated to radar applications," *Electronic letters*, vol. 43, pp. 477-479, 2007.
- [5] J. Mazeau, R. Sommet, D. Caban-Chastas, E. Gatard, R. Quere, and Y. Mancuso, "Behavioral thermal modeling for microwave power amplifier design," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 55, pp. 2290-2296, 2007.
- [6] A. Barka, P. Soudais, and D. Volpert, "Scattering from 3-D cavities with a plug and play numerical scheme combining IE,PDE, and modal techniques," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, pp. 704-712, 2000.
- [7] J. Rubio, M. A. Gonzalez, and J. Zapata, "Generalized-Scattering-Matrix Analysis of a Class of Finite Arrays of Coupled Antennas by Using 3-D FEM and Spherical Mode Expansion," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 53, 2005.
- [8] A. Barka and P. Caudrillier, "Domain Decomposition Method Based on Generalized Scattering Matrix for Installed Performance of Antennas on Aircraft," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 55, pp. 1833-1842, 2007.
- [9] E. Perret and H. Aubert, "Scale-Changing Technique for the Electromagnetic Modeling of MEMS-Controlled Planar Phase Shifters," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 54, pp. 3954-3601, 2006.
- [10] D. Voyer, H. Aubert, and J. David, "Scale Changing Technique for the Electromagnetic Modeling of Planar Self-Similar Structures," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 54, pp. 2783-2789, 2006.

Modélisation non-linéaire des amplificateurs

1.1 DEFINITION DES MODELES	10
1.1.1 CONTRAINTES DE MODELISATION	10
1.1.2 MATRICE DE DIFFRACTION GRAND SIGNAL	12
1.1.3 MATRICE DE DISTORSION POLYHARMONIQUE.....	14
1.2 CONSTRUCTION DES MODELES.....	16
1.2.1 CARACTERISATION DES AMPLIFICATEURS	16
1.2.2 EXTRACTION DES MODELES.....	20
1.2.3 PERFORMANCES COMPAREES DES MODELES	24
1.2.4 PISTES D'AMELIORATION.....	27
BIBLIOGRAPHIE	28

1.1 Définition des modèles

1.1.1 Contraintes de modélisation

La modélisation des circuits non-linéaires et notamment des amplificateurs est l'objet de très nombreux travaux et bénéficie d'une littérature abondante [1-3]. Dans ce chapitre, on cherchera un modèle d'amplificateur en régime saturé, adapté aux contraintes liées à la simulation des antennes actives en émission. De telles simulations impliquent un grand nombre d'amplificateurs (~ 1000), fonctionnant simultanément et de manière interdépendante, sous l'effet de variations de charge induites par couplage entre éléments rayonnants du réseau. Le signal appliqué en entrée de chaque amplificateur peut être assimilé à un signal monoporteuse, comme approximation en régime stationnaire des signaux pulsés quasi-périodiques utilisés pour la détection radar. Des signaux temporels plus complexes pourraient toutefois être simulés au moyen d'une décomposition en série de Fourier (sans les effets mémoires cependant). On s'orientera vers une modélisation fréquentielle, de niveau système, destinée à être intégrée au graphe de décomposition de domaine de l'antenne active (voir Figure 3, introduction) regroupant les parties circuit et antenne.

Les modèles systèmes mettent généralement l'accent sur une partie seulement des phénomènes. L'effet de désadaptations de charge ou *effet load-pull* est ici primordial et doit être modélisé avec précision. D'autres effets, plus ou moins critiques, doivent également être considérés. L'utilisation des amplificateurs en régime saturé s'accompagne du phénomène de *compression de gain*, à la fréquence fondamentale, et de la *génération d'harmoniques*. Les harmoniques peuvent éventuellement être rayonnés, si les éléments rayonnants du réseau sont large bande, contribuant ainsi par couplage à la charge des amplificateurs situés sur les autres voies. Quoiqu'il en soit, la présence d'harmoniques en sortie des amplificateurs risque de générer des *produits d'intermodulation* pouvant affecter le fondamental. Les effets mémoires, dont les constantes de temps sont longues devant la période de la porteuse, peuvent aussi modifier les caractéristiques de transfert des amplificateurs en début d'impulsion (*mémoire d'enveloppe*) ou au cours de l'impulsion notamment par échauffement (*thermique*).

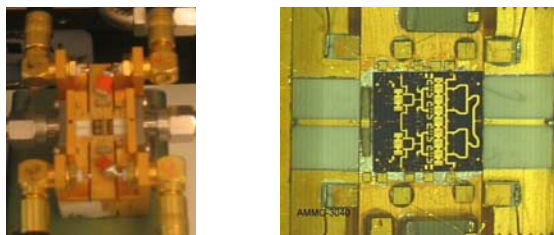


Figure 1-1 Amplificateur UMS CHA7010 monté sur « gig » de test

Les modélisations choisies seront appliquées à l'amplificateur UMS[®] (United Monolithic Semiconductors) CHA7010, dont la technologie est représentative des composants utilisés dans les applications radar. Cet amplificateur monolithique (voir Figure 1-1), à substrat *AsGa*, est composé de douze transistors de technologie *GaInP* HBT dans une architecture à deux étages (voir Figure 1-2). Optimisé pour une impédance standard de 50Ω , il peut délivrer une puissance avoisinant 10 W sur une bande passante de 2 GHz ($8,4 - 10,4 \text{ GHz}$), avec un gain

linéaire compris entre 18 à 23 dB. Les caractéristiques de l'amplificateur CHA7010 sont détaillées sur la fiche technique fournie par UMS.

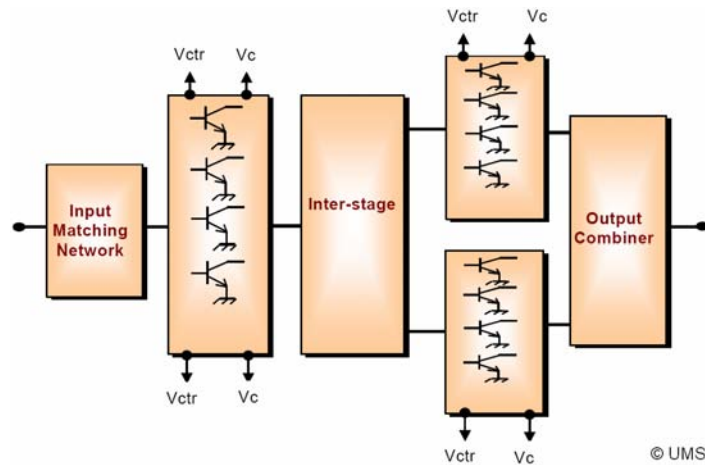


Figure 1-2 Architecture de l'amplificateur CHA7010

La fiche technique du CHA7010 ne spécifie pas, dans sa version actuelle, le niveau maximal de désadaptation toléré en sortie du composant. La valeur critique du TOS (Taux d'Onde Stationnaire) dépend vraisemblablement de plusieurs paramètres, tels que la puissance disponible en entrée ou la phase du coefficient de réflexion de la charge. Les critères de destruction mentionnés par le constructeur sont la *compression de gain* (< 6 dB) et le *courant collecteur crête* ($< 2,8$ A). Le courant n'étant pas toujours accessible, on cherchera à déterminer un TOS critique supporté par l'amplificateur en fonctionnement saturé, pour une compression de gain limitée à 5 dB.

1.1.2 Matrice de diffraction grand signal

On utilise généralement la notion d'onde de puissance et de matrice de diffraction (ou matrice S comme « Scattering ») pour caractériser les dispositifs hyperfréquences. Tout d'abord parce qu'à fréquence élevée, la notion de tension et de courant est mal définie compte tenu de leurs variations rapides le long des lignes et de leur caractère distribué. Mais l'intérêt principal de la matrice de diffraction vient des conditions de mesure de ses coefficients. Les impédances de fermeture du quadripôle à caractériser sont dissipatives, ce qui diminue les risques d'oscillation par rapport aux matrices Z , I ou H qui font appel à des courts-circuits et à des circuits ouverts.

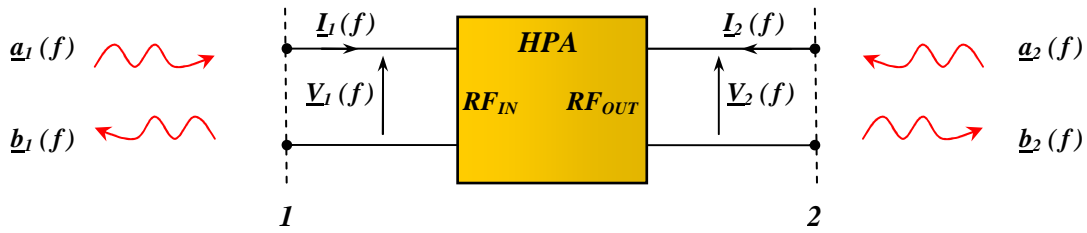


Figure 1-3 Définition des courants, tensions, et ondes aux accès du HPA

On définit les ondes incidentes (\underline{a}) et réfléchies (\underline{b}) en entrée et sortie du HPA, relativement aux impédances de référence aux accès [4]. Il s'agit de la définition classique de Kurokawa, généralement appliquée lorsque les impédances de référence sont confondues avec les impédances caractéristiques des lignes d'accès, réelles et positives aux fréquences élevées. Dans l'hypothèse où les impédances de référence seraient complexes, noter que le concept de pseudo-ondes [5] généralise cette définition.

$$\forall i = 1, 2 \quad \underline{a}_i(f_0) = \frac{\underline{V}_i(f_0) + \underline{Z}_{Ci}(f_0) \cdot \underline{I}_i(f_0)}{2\sqrt{\text{Re}(\underline{Z}_{Ci}(f_0))}} \quad (1-1)$$

$$\underline{b}_i(f_0) = \frac{\underline{V}_i(f_0) - \underline{Z}_{Ci}^*(f_0) \cdot \underline{I}_i(f_0)}{2\sqrt{\text{Re}(\underline{Z}_{Ci}(f_0))}} \quad (1-2)$$

où \underline{V}_i est le coefficient de Fourier de la tension à l'accès i , à la fréquence f_0

\underline{I}_i est le coefficient de Fourier du courant à l'accès i , à la fréquence f_0

\underline{Z}_{Ci} est l'impédance de référence de l'accès i , à la fréquence f_0

Il est naturel de prendre pour impédance de référence $\underline{Z}_{C1} = \underline{Z}_{C2} = 50 \, \Omega$. L'amplificateur est en effet optimisé pour ce standard de connectique, au moyen de réseaux d'adaptation intégrés en entrée et en sortie du composant (voir Figure 1-2). Il s'agit de l'impédance caractéristique des lignes coaxiales utilisées sur le banc, et des lignes micro-rubans utilisées dans les modules TR. Noter que cette définition permet également de définir les ondes aux fréquences harmoniques ($2f_0$, $3f_0$, etc.).

Dans sa définition classique, la matrice de diffraction permet une modélisation fréquentielle rigoureuse des circuits hyperfréquences passifs, dans lesquels les ondes sortantes (\underline{b}_i) sont des fonctions linéaires des ondes incidentes (\underline{a}_i) aux accès. Les coefficients de

diffraction, définis en fonction de la fréquence, sont obtenus en excitant successivement chaque port du multipôle, les autres ports étant chargés par le conjugué de l'impédance de référence (de manière à imposer une onde incidente nulle). Dans le cas d'un quadripôle, voici la définition de la matrice de diffraction « petit signal » :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (1-3)$$

avec

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} \quad S_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0} \quad S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0} \quad S_{22} = \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{a_1=0}$$

Il est clair que cette définition est inadéquate pour des dispositifs non-linéaires :

- les coefficients de diffraction peuvent varier selon la puissance appliquée
- Le principe de superposition ne s'applique pas nécessairement
- Les harmoniques éventuellement générés ne sont pas pris en compte

La définition de la matrice de diffraction peut être étendue aux circuits actifs non-linéaires, à condition que la non-linéarité ne soit pas trop sévère. Les définitions varient selon les applications, mais on parle communément de matrice de diffraction « grand signal » lorsque les paramètres dépendent de la puissance appliquée aux accès du quadripôle (modèle tabulaire). Dans tous les cas, les harmoniques peuvent être pris en compte en définissant des coefficients relatifs aux ondes incidentes et réfléchies à ces fréquences.

Une première approche consiste à caractériser séparément les coefficients modélisant la réponse à une excitation en entrée d'une part (S_{i1}), et en sortie d'autre part (S_{i2}), en fonction de la puissance appliquée [6]. Comme pour la définition petit signal, le port non alimenté est alors chargé par le conjugué de l'impédance de référence. On obtient ainsi des tables exprimant, d'un côté, le couple de paramètres (S_{11} , S_{21}) en fonction de la puissance incidente en entrée ($0,5|a_1|^2$), et de l'autre les paramètres (S_{12} , S_{22}) en fonction de la puissance incidente en sortie ($0,5|a_2|^2$). Cette définition repose toutefois sur le principe de superposition et semble mal adaptée à la modélisation des amplificateurs en conditions load-pull.

Une deuxième approche consiste à déterminer les coefficients de diffraction en appliquant simultanément deux signaux cohérents, de même fréquence f_0 , aux accès du composant [7]. On obtient ainsi les coefficients de diffraction du quadripôle en fonction des paramètres suivants : f_0 , $|a_1|$, $|a_2|$, $\arg(a_2/a_1)$. Cette approche, plus précise, a pour inconvénient de nécessiter un grand nombre de mesures pour explorer le domaine de fonctionnement du quadripôle, devenant prohibitif dans l'éventualité où les harmoniques seraient pris en compte.

On a donc défini la matrice de diffraction grand signal en la paramétrant par rapport à la puissance disponible en entrée :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \end{bmatrix} \\ \text{avec} \quad \underline{b}_1 &= S_{11}(f_0, |\underline{a}_1|) \cdot \underline{a}_1 + S_{12}(f_0, |\underline{a}_1|) \cdot \underline{a}_2 \\ \underline{b}_2 &= S_{21}(f_0, |\underline{a}_1|) \cdot \underline{a}_1 + S_{22}(f_0, |\underline{a}_1|) \cdot \underline{a}_2 \end{aligned} \quad (1-4)$$

1.1.3 Matrice de distorsion polyharmonique

Le modèle de distorsion polyharmonique [8] permet une description plus précise de la non-linéarité de l'amplificateur vis-à-vis de la désadaptation de charge. Dans sa formulation la plus complète, ce modèle peut prendre en compte les harmoniques générés en sortie de l'amplificateur, au prix toutefois d'un nombre de paramètres plus conséquent. On restreindra ici la formulation aux termes relatifs à la fréquence fondamentale. Deux termes supplémentaires, proportionnels au conjugué de \underline{a}_2 , sont ajoutés à la matrice de diffraction grand signal pour définir ce que nous appellerons la *matrice de distorsion* de l'amplificateur :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & T_{12} \\ S_{21} & S_{22} & T_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \\ \underline{a}_2^* \end{bmatrix} \\ \text{avec} \quad \underline{b}_1 &= S_{11}(f_0, |\underline{a}_1|) \cdot \underline{a}_1 + S_{12}(f_0, |\underline{a}_1|) \cdot \underline{a}_2 + T_{12}(f_0, |\underline{a}_1|) \cdot \underline{a}_2^* \\ \underline{b}_2 &= S_{21}(f_0, |\underline{a}_1|) \cdot \underline{a}_1 + S_{22}(f_0, |\underline{a}_1|) \cdot \underline{a}_2 + T_{22}(f_0, |\underline{a}_1|) \cdot \underline{a}_2^* \end{aligned} \quad (1-5)$$

Cette modélisation suppose que le coefficient de réflexion en sortie de l'amplificateur (Γ_{OUT}) varie selon la phase de l'onde réfléchie par la charge ($\arg(\underline{a}_2)$). Ceci peut se justifier de manière analytique dès lors que le composant a une fonction de transfert non-linéaire, comme en témoigne la démonstration ci-dessous [8]. Considérons une fonction de transfert non-linéaire f dans le domaine temporel :

$$f : x(t) \rightarrow y(t) \quad \text{avec} \quad f(x) = \alpha x + \beta x^2 + \gamma x^3 \quad (1-6)$$

On décompose le signal appliqué $x(t)$ en une composante principale $x_0(t)$, assimilée au signal d'entrée, et un terme de perturbation $\Delta x(t)$, supposé faible, assimilé à la contribution induite par désadaptation de charge :

$$x(t) = x_0(t) + \Delta x(t) \quad (1-7)$$

On dérive localement la fonction de transfert f , autour de $x_0(t)$, pour estimer la variation $\Delta y(t)$ en sortie associée à la perturbation $\Delta x(t)$:

$$\Delta y(t) = f'(x_0(t)) \cdot \Delta x(t) \quad (1-8)$$

Supposons les signaux sinusoïdaux :

$$x_0(t) = A \cdot \cos(\omega t) = A \cdot \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

$$\Delta x(t) = a \cdot \cos(\omega t + \varphi) = \frac{\delta e^{j\omega t} + \delta^* e^{-j\omega t}}{2} \quad \text{avec } \delta = a e^{j\varphi}$$
(1-9)

D'après les équations (1-6) à (1-9), la variation en sortie s'exprime :

$$\Delta y(t) = \left[\alpha + 2\beta A \left(\frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \right) + 3\mathcal{A}^2 \left(\frac{e^{2j\omega t} + e^{-2j\omega t}}{4} + \frac{1}{2} \right) \right] \cdot \left(\frac{\delta e^{j\omega t} + \delta^* e^{-j\omega t}}{2} \right)$$
(1-10)

Si l'on restreint notre attention au terme complexe proportionnel à $e^{j\omega t}$, on obtient :

$$\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{3\mathcal{A}^2}{4} \right) \delta + \left(\frac{3\mathcal{A}^2}{8} \right) \delta^*$$
(1-11)

On en déduit le rapport des transformées de Fourier, à la pulsation ω , de la variation en sortie sur la perturbation en entrée :

$$\frac{\Delta Y(\omega)}{\Delta X(\omega)} = \frac{\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{3\mathcal{A}^2}{4} \right) \delta + \left(\frac{3\mathcal{A}^2}{8} \right) \delta^*}{\delta/2} = \left(\alpha + \frac{3\mathcal{A}^2}{2} \right) + \left(\frac{3\mathcal{A}^2}{4} \right) e^{-2j \arg(\delta)}$$

car $\delta^* = \delta \cdot e^{-2j \arg(\delta)}$

(1-12)

Ce rapport peut être assimilé au coefficient de réflexion en sortie de l'amplificateur ($\Delta Y(\omega)/\Delta X(\omega) \leftrightarrow \Gamma_{OUT}$) pour un niveau de puissance disponible donné ($A \leftrightarrow P_{AVAIL}$). On constate que le coefficient de réflexion dépend de la phase relative de la perturbation par rapport au terme principal ($\arg(\delta)$). L'ajout du terme T_{22} supplémentaire dans la matrice de distorsion permet de prendre en compte ce phénomène. En effet, si on exprime le coefficient de réflexion en sortie à puissance disponible fixée :

$$\Gamma_{OUT} \Big|_{\underline{a}_1 | \text{fixé}} = \frac{S_{22} \underline{a}_2 + T_{22} \underline{a}_2^*}{\underline{a}_2} = S_{22} + T_{22} e^{-2j \arg(\underline{a}_2)}$$

car $\underline{a}_2^* = \underline{a}_2 \cdot e^{-2j \arg(\underline{a}_2)}$

(1-13)

En identifiant les équations (1-12) et (1-13), on constate que le terme T_{22} restitue les variations du coefficient de réflexion liées à la phase de la perturbation, en l'occurrence l'onde \underline{a}_2 désadaptant la sortie de l'amplificateur. Noter cependant qu'il s'agit dans l'équation (1-13) de la phase absolue du terme de perturbation, et non de la phase relative au terme principal, en l'occurrence \underline{a}_1 . Cette démonstration s'applique également au coefficient de réflexion en entrée, justifiant l'utilité du terme T_{12} .

1.2 Construction des modèles

1.2.1 Caractérisation des amplificateurs

i. Simulation circuit

Un modèle circuit détaillé peut restituer avec précision le fonctionnement de composants actifs, en tenant compte des non-linéarités et des effets mémoires. Les simulateurs circuit (SPICE, SPECTRE), qui calculent la réponse d'étages à composants discrets selon les lois de Kirchhoff, offrent une large palette de méthodes fines et abouties, aussi bien dans le domaine temporel que fréquentiel : analyse DC, analyse AC, analyse transitoire, équilibrage harmonique... Il est possible, par une analyse de type équilibrage harmonique, de prévoir la réponse spectrale d'un amplificateur saturé à une excitation monoporteuse, en ajustant librement l'impédance de la charge selon le rang de l'harmonique. On peut donc, à partir d'un modèle d'amplificateur suffisamment précis, obtenir les données nécessaires à la construction de modèles comportementaux. Cependant, les simulations électriques ne permettent pas de déterminer avec certitude les conditions de destruction des composants.

A partir du modèle électrique de l'amplificateur CHA7010 (logiciel ADS), des simulations de type équilibrage harmonique ont été réalisées en jouant sur la puissance disponible et sur l'impédance de charge. Malheureusement le modèle disponible s'est révélé imprécis, avec une erreur de 2 dB sur le gain linéaire du composant par rapport à la mesure petit signal. Cette imprécision s'explique probablement par un manque de maturité du modèle qui sera corrigée dans le futur. On s'est donc orienté vers une caractérisation expérimentale de l'amplificateur.

ii. Mesure load-pull grand signal

Une mesure classique des coefficients de diffraction, à l'analyseur de réseau vectoriel, est inappropriée pour caractériser des amplificateurs saturés soumis à des variations de charge. Outre une puissance injectée généralement faible (petit signal), les coefficients S_{12} et S_{22} sont obtenus en l'absence d'excitation en entrée de l'amplificateur.

Différentes techniques de mesures, dites load-pull, ont donc été développées pour caractériser l'effet de désadaptations de charge. De manière générale, les techniques load-pull consistent à appliquer une excitation monoporteuse, éventuellement grand signal, en entrée d'un dispositif tout en modulant l'impédance de la charge présentée en sortie. Alors que les techniques load-pull conventionnelles utilisent des tuners passifs pour ajuster l'impédance de charge, les techniques load-pull actives procèdent en injectant directement des ondes d'amplitude et de phase ajustables en sortie du dispositif [9, 10]. La variation de charge peut porter sur le fondamental (f_0) et éventuellement sur un certain nombre d'harmoniques pour les techniques load-pull multi harmoniques. Ces dernières sont toutefois plus complexes à mettre en œuvre et plus coûteuses compte tenu de l'équipement nécessaire.

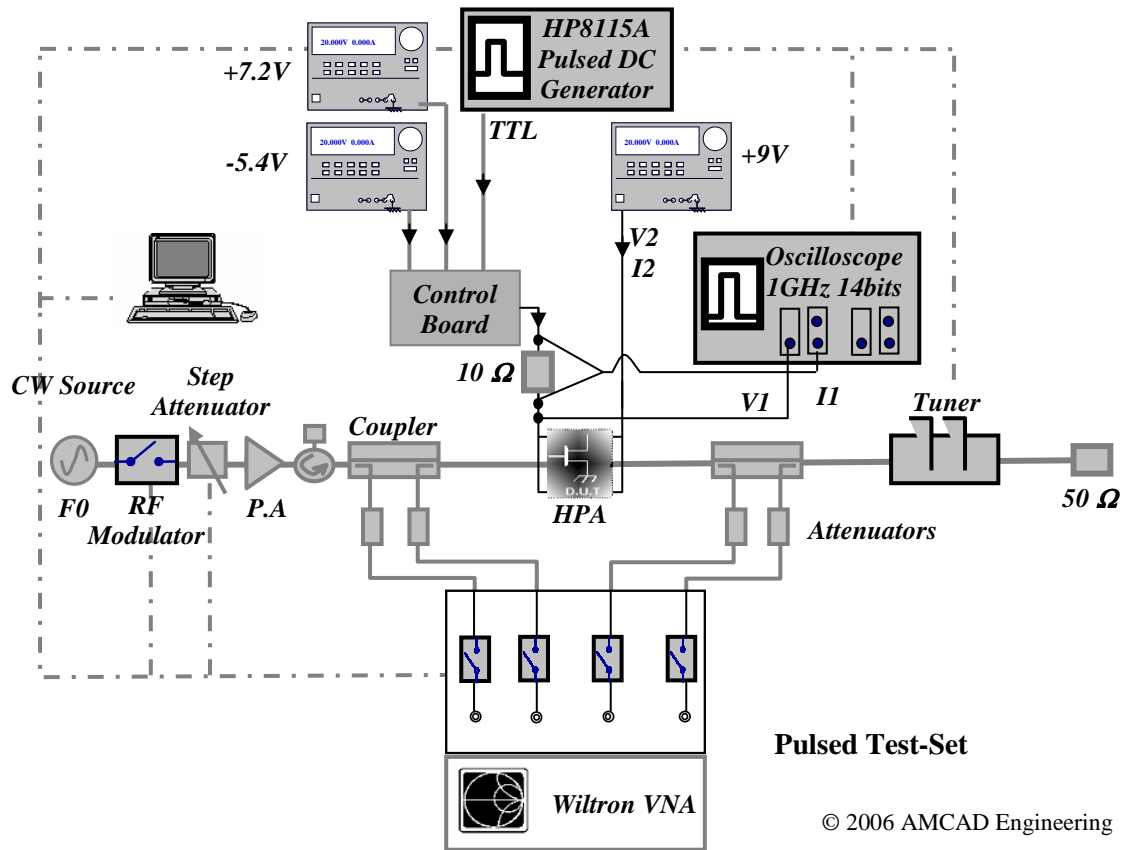


Figure 1-4 Synoptique du banc « load-pull »

Le banc utilisé (voir Figure 1-4), mis en œuvre par la société AMCAD[®], est un banc load-pull passif réalisant une mesure à la fréquence de la porteuse [11]. La mesure est pulsée, c'est-à-dire que l'amplificateur n'est polarisé et excité que par intermittences (sauf le collecteur, polarisé en continu) durant lesquelles les données sont acquises. La Figure 1-5 montre le chronogramme de la tension de base, générée par la carte de commande, et du signal RF fourni en entrée de l'amplificateur. Le niveau de puissance disponible est contrôlé par un atténuateur, et la charge au moyen d'un tuner mécanique. La synchronisation et le pilotage du banc sont réalisés par un ordinateur par l'intermédiaire du bus GPIB. Les niveaux de puissance incidente et réfléchie sont mesurés en entrée et sortie de l'amplificateur par l'intermédiaire de coupleurs bidirectionnels (-40 dB).

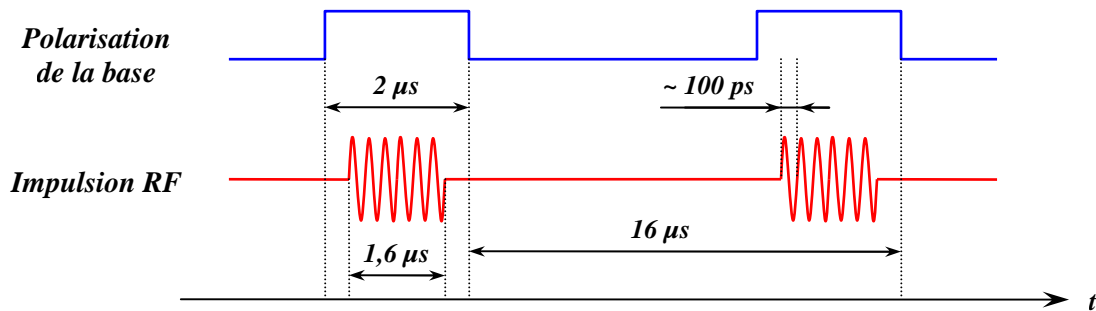


Figure 1-5 Chronogrammes des signaux pulsés

Le banc place l'amplificateur dans des conditions représentées sur la Figure 1-6. Il fournit, en fonction de la fréquence (f_0), de la puissance disponible (P_{AVAIL}), et de l'impédance de charge (Z_L), les grandeurs RF et DC caractérisant le fonctionnement de l'amplificateur lors d'une impulsion. L'influence de la température pourrait éventuellement être prise en compte, au moyen d'un dispositif d'asservissement en température [12].

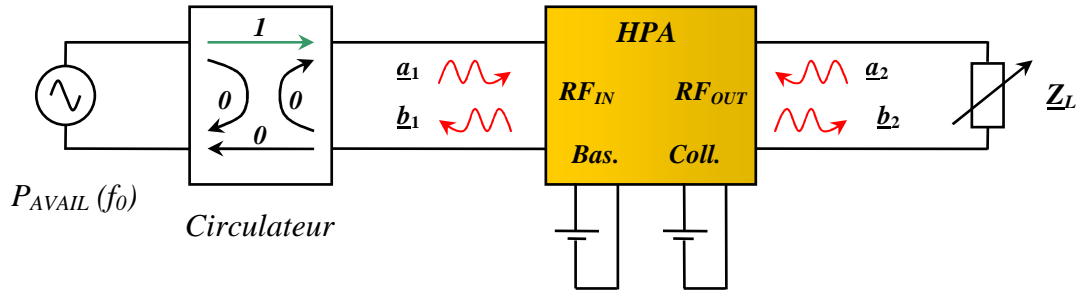


Figure 1-6 Schéma équivalent du banc load-pull lors des impulsions

A une fréquence f_0 fixée, l'amplificateur est mesuré pour différentes valeurs de charge progressivement désadaptées autour de 50Ω . Pour chaque valeur d'impédance de charge, on augmente graduellement la puissance disponible P_{AVAIL} en entrée de l'amplificateur (power sweep) en partant du régime petit signal. La puissance disponible peut être limitée, afin de protéger le composant, en terme de compression de gain ou de courant collecteur crête par exemple. Pour cette série de mesures, la compression de gain a été limitée à 5 dB , le gain linéaire étant redéfini pour chaque valeur d'impédance. Une fois atteinte la limite fixée, on passe à la charge suivante et on réitère le processus.

iii. Destruction des amplificateurs

Deux amplificateurs CHA7010 (référéncés N3 et O7) ont été mesurés, en appliquant une limitation sur la compression de gain ($C_G = 5 \text{ dB}$) et en balayant des valeurs de charges de TOS croissant. La destruction d'un des deux amplificateurs (O7) est intervenue pour une valeur de TOS voisine de $1,9$ (voir Figure 1-7).

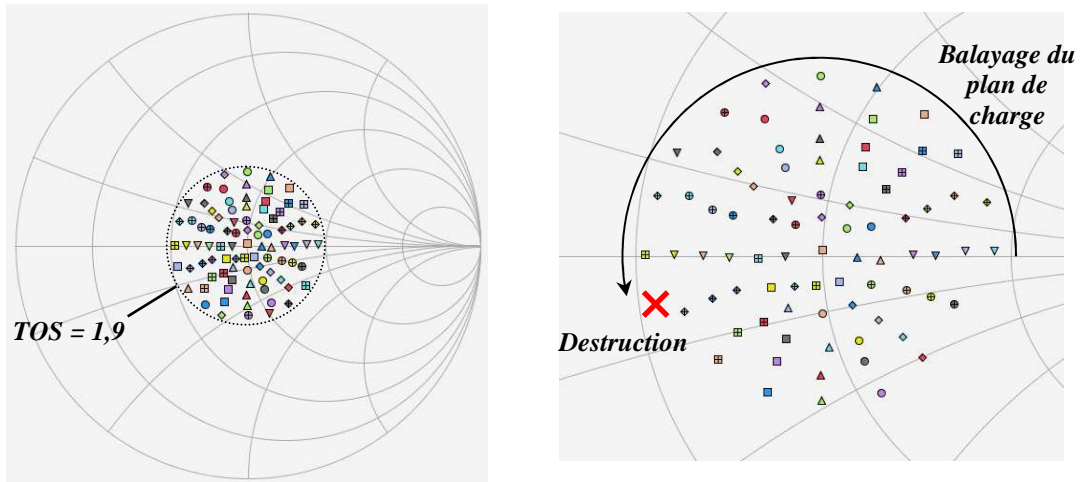


Figure 1-7 Représentation des charges échantillonnées (à gauche) sur l'abaque de Smith (référence : 50Ω) et de la destruction de l'amplificateur O7 (à droite)

Noter que la destruction a frappé le plus puissant des deux amplificateurs. En effet, on a relevé une dispersion au niveau du gain linéaire entre les deux amplificateurs. A la fréquence de mesure (9,75 GHz), le gain linéaire de l'amplificateur détruit (O7) vaut 22,3 dB, contre 21,5 dB pour l'autre amplificateur (N3). Ceci peut expliquer sa plus grande fragilité. Si on observe (voir Figure 1-8) le courant collecteur crête I_C et la compression de gain C_G , présentés comme un critère de destruction d'après le constructeur, on constate que la destruction intervient à proximité d'une charge induisant un maximum de courant collecteur.

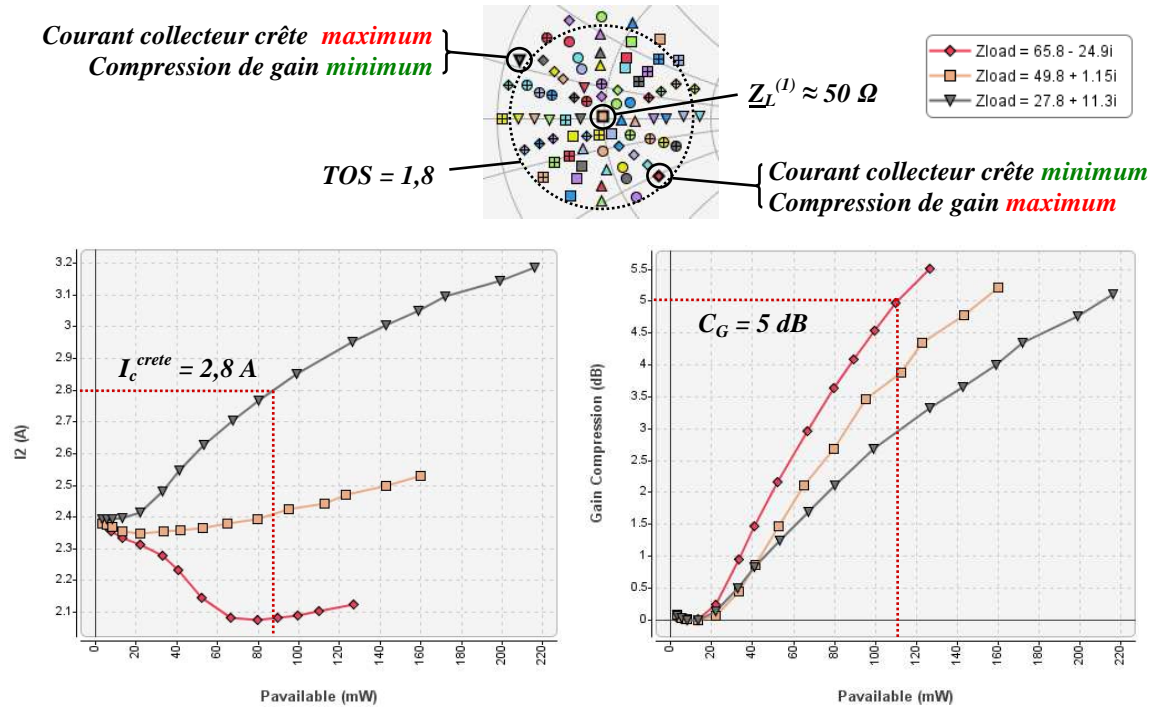


Figure 1-8 Charges mesurées et extrema (O7)

1.2.2 Extraction des modèles

Les paramètres de distorsion peuvent théoriquement être obtenus de manière immédiate, \underline{a}_1 étant fixé, en injectant deux ondes connues \underline{a}_2 et \underline{a}_2' de phases différentes (typiquement, en quadrature) en sortie de l'amplificateur. La mesure des ondes sortantes associées \underline{b}_2 et \underline{b}_2' permet alors de former un système de deux équations dont la résolution détermine les coefficients S_{22} et T_{22} . Cette méthode, certes élégante, ne garantit toutefois pas que les coefficients obtenus sont les plus précis si on extrapole à d'autres valeurs de charge. On peut imaginer, par exemple, que les coefficients S_{22} et T_{22} obtenus ne soient pas tout à fait les mêmes selon le module de \underline{a}_2 et \underline{a}_2' . C'est pourquoi, dans un souci de précision, les coefficients de la matrice de distorsion sont optimisés sur un échantillon de valeurs de charges représentatif de l'ensemble du domaine de fonctionnement de l'amplificateur.

On s'appuiera sur les mesures obtenues pour plusieurs impédances de charge. La mesure load-pull fournit les grandeurs RF suivantes : puissance disponible (P_{AVAIL}), puissance d'entrée (P_{IN}), coefficient de réflexion en entrée ($\underline{\Gamma}_{IN}$), puissance de sortie (P_{OUT}), conversion amplitude phase ($AMPM$) et coefficient de réflexion de la charge ($\underline{\Gamma}_L$). Ces grandeurs peuvent s'exprimer en fonction des ondes de puissance aux accès, définies en prenant pour impédance de référence de 50Ω conformément à l'impédance de calibration du banc :

$$P_{AVAIL} = \frac{1}{2} |\underline{a}_1|^2 \quad (1-14)$$

$$P_{IN} = \frac{1}{2} (|\underline{a}_1|^2 - |\underline{b}_1|^2) \quad (1-15)$$

$$\underline{\Gamma}_{IN} = \frac{\underline{b}_1}{\underline{a}_1} \quad (1-16)$$

$$P_{OUT} = \frac{1}{2} (|\underline{b}_2|^2 - |\underline{a}_2|^2) \quad (1-17)$$

$$AMPM = \arg\left(\frac{\underline{b}_2}{\underline{a}_1}\right) \quad (1-18)$$

$$\underline{\Gamma}_L = \frac{\underline{a}_2}{\underline{b}_2} \quad (1-19)$$

On en déduit les ondes incidentes et réfléchies aux interfaces de l'amplificateur, en prenant pour référence de phase l'onde incidente en entrée de l'amplificateur (\underline{a}_1) :

$$\underline{a}_1 = \sqrt{2P_{AVAIL}} \quad (1-20)$$

$$\underline{b}_1 = \underline{\Gamma}_{IN} \cdot \sqrt{2P_{AVAIL}} \quad (1-21)$$

$$\underline{b}_2 = \sqrt{\frac{2P_{OUT}}{1 - |\underline{\Gamma}_L|^2}} \cdot e^{j \cdot AMPM} \quad (1-22)$$

$$\underline{a}_2 = \underline{\Gamma}_L \cdot \sqrt{\frac{2P_{OUT}}{1 - |\underline{\Gamma}_L|^2}} \cdot e^{j \cdot AMPM} \quad (1-23)$$

On peut rapprocher ces expressions des ondes prévues par le modèle, dans les mêmes conditions (P_{AVAIL} , $\underline{\Gamma}_L$), exprimées ici dans le cas de la matrice de distorsion :

$$\underline{b}_2 = \frac{S_{21}}{1 - \underline{\Gamma}_L \cdot (S_{22} + T_{22} \cdot e^{-2j \cdot \arg(\underline{a}_2)})} \cdot \underline{a}_1 \quad (1-24)$$

$$\underline{a}_2 = \frac{\underline{\Gamma}_L \cdot S_{21}}{1 - \underline{\Gamma}_L \cdot (S_{22} + T_{22} \cdot e^{-2j \cdot \arg(\underline{a}_2)})} \cdot \underline{a}_1 \quad (1-25)$$

$$\underline{b}_1 = \left[S_{11} + \frac{(S_{12} + T_{12} \cdot e^{-2j \cdot \arg(\underline{a}_2)}) \cdot \underline{\Gamma}_L \cdot S_{21}}{1 - \underline{\Gamma}_L \cdot (S_{22} + T_{22} \cdot e^{-2j \cdot \arg(\underline{a}_2)})} \right] \cdot \underline{a}_1 \quad (1-26)$$

Les coefficients du modèle peuvent donc être obtenus à partir des mesures, par un processus d'optimisation décrit par la Figure 1-9, comparable à [13], qui a été implémenté sous SCILAB. Pour chaque couple (f_0 , P_{AVAIL}), on optimise les paramètres des modèles de manière à minimiser l'écart moyen entre ondes mesurées (1-21)-(1-23) et ondes modélisées (1-24)-(1-26) sur l'ensemble des valeurs des charges. La première étape du processus consiste à mettre en forme les données de mesures dans des tables, exprimant les grandeurs RF nécessaires ($\underline{\Gamma}_{IN}$, P_{OUT} , $AMPM$) en fonction de la charge \underline{Z}_L :

F0 = 9.75 GHz , Pavail = 89 mW					
Re (ZL)	Im (ZL)	Gam_in	Gam_in (°)	Pout (mW)	AMPM (°)
49.8	1.13	0.1261	71.59	6605	97.83
56.2	-0.139	0.1287	70.23	6286	96.2
54	5.41	0.1263	72.83	6515	97.63
49.1	6.94	0.1249	72.64	6799	98.63
...					

Etape 1

La première charge ($\underline{Z}_L^{(1)}$), voisine de 50Ω , permet d'obtenir une estimation initiale des paramètres S_{11} et S_{21} :

$$S_{11} = \left. \frac{\underline{b}_1}{\underline{a}_1} \right|_{\underline{a}_2=0} \approx \frac{\underline{b}_1^{mesure}(\underline{Z}_L^{(1)})}{\underline{a}_1^{mesure}(\underline{Z}_L^{(1)})} \quad (1-27)$$

$$S_{21} = \left. \frac{\underline{b}_2}{\underline{a}_1} \right|_{\underline{a}_2=0} \approx \frac{\underline{b}_2^{mesure}(\underline{Z}_L^{(1)})}{\underline{a}_1^{mesure}(\underline{Z}_L^{(1)})} \quad (1-28)$$

Etape 2

Les paramètres S_{22} et T_{22} contribuent à l'onde en sortie d'après l'expression :

$$\underline{b}_2^{modele}(\underline{Z}_L^{(n)}) = \frac{S_{21}}{1 - \underline{\Gamma}_L^{(n)} \cdot (S_{22} + T_{22} \cdot e^{-2j \cdot \arg(\underline{a}_2)})} \cdot \underline{a}_1 \quad (1-29)$$

On optimise donc les 4 paramètres du couple (S_{22}, T_{22}) , par validation croisée, de manière à minimiser l'indicateur d'erreur suivant :

$$\Delta P_{OUT} = \frac{1}{N_L} \cdot \sum_{n=1}^{N_L} \left(\frac{\left| \underline{b}_2^{modèle}(\underline{Z}_L^{(n)}) - \underline{b}_2^{mesure}(\underline{Z}_L^{(n)}) \right|^2}{\left| \underline{b}_2^{mesure}(\underline{Z}_L^{(n)}) \right|^2} \right) \quad (1-30)$$

N_L étant le nombre de charges échantillonnées, $\underline{b}_2^{modèle}(\underline{Z}_L^{(n)})$ l'onde sortante prévue par modèle chargé par $\underline{Z}_L^{(n)}$ et $\underline{b}_2^{mesure}(\underline{Z}_L^{(n)})$ l'onde mesurée dans les mêmes conditions.

Etape 3

Reste à déterminer la valeur du paramètre S_{12} affectant l'onde réfléchie en entrée :

$$\underline{b}_1 = \left[S_{11} + \frac{(S_{12} + T_{12} \cdot e^{-2j \cdot \arg(\underline{a}_2)}) \cdot \underline{\Gamma}_L \cdot S_{21}}{1 - \underline{\Gamma}_L \cdot (S_{22} + T_{22} \cdot e^{-2j \cdot \arg(\underline{a}_2)})} \right] \cdot \underline{a}_1 \quad (1-31)$$

On optimise les 4 paramètres du couple (S_{12}, T_{12}) par validation croisée pour minimiser l'indicateur d'erreur suivant :

$$\Delta P_{IN} = \frac{1}{N_L} \cdot \sum_{n=1}^{N_L} \left(\frac{\left| \underline{b}_1^{modèle}(\underline{Z}_L^{(n)}) - \underline{b}_1^{mesure}(\underline{Z}_L^{(n)}) \right|^2}{\left| \underline{b}_1^{mesure}(\underline{Z}_L^{(n)}) \right|^2} \right) \quad (1-32)$$

$\underline{b}_1^{modèle}(\underline{Z}_L^{(n)})$ est l'onde sortante prévue par modèle, et $\underline{b}_1^{mesure}(\underline{Z}_L^{(n)})$ l'onde mesurée lorsque l'amplificateur est chargé par $\underline{Z}_L^{(n)}$. On a ainsi déterminé tous les paramètres du modèle.

Pour plus de précision, on peut réitérer le processus à partir de l'étape 1, en compensant l'imprécision sur l'estimation de S_{21} et S_{11} (due au léger écart de $\underline{Z}_L^{(1)}$ par rapport à 50Ω) grâce à la connaissance des coefficients du modèle S_{22} et T_{22} .

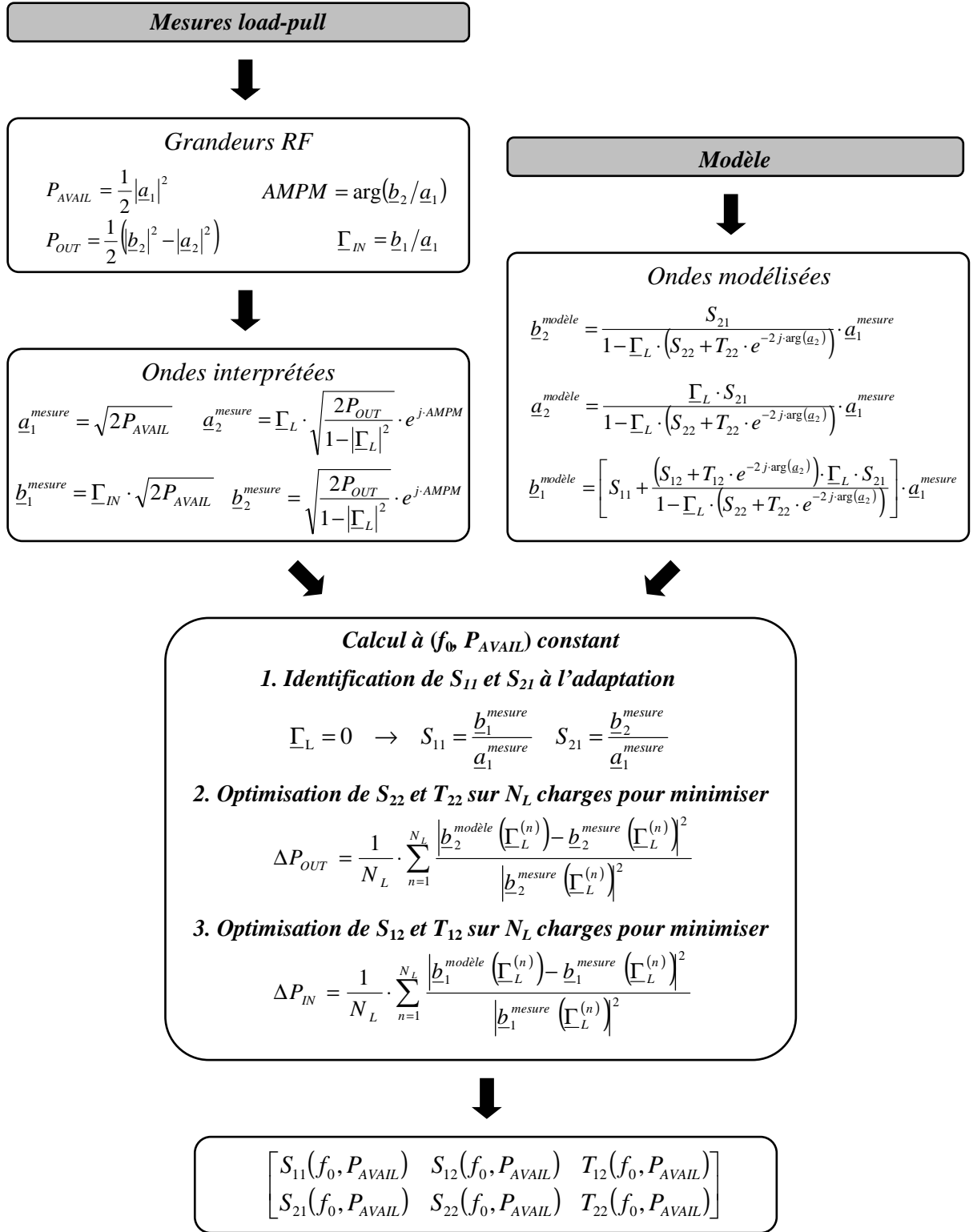


Figure 1-9 Processus d'optimisation des coefficients de la matrice de distorsion

1.2.3 Performances comparées des modèles

L'amplificateur CHA7010 (O7) a été modélisé, dans différents régimes de fonctionnement (Figure 1-10) à partir de mesures sur un ensemble de charges de TOS inférieur à 1,8 (Figure 1-11). On applique les modélisations suivantes, de la plus grossière à la plus subtile :

- **Modèle 1** : Matrice de diffraction grand signal unilatérale

$$\begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}(f_0, P_{AVAIL}) & 0 \\ S_{21}(f_0, P_{AVAIL}) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \end{bmatrix} \quad (1-33)$$

- **Modèle 2** : Matrice de diffraction grand signal

$$\begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}(f_0, P_{AVAIL}) & S_{12}(f_0, P_{AVAIL}) \\ S_{21}(f_0, P_{AVAIL}) & S_{22}(f_0, P_{AVAIL}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \end{bmatrix} \quad (1-34)$$

- **Modèle 3** : Matrice de distorsion

$$\begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}(f_0, P_{AVAIL}) & S_{12}(f_0, P_{AVAIL}) & 0 \\ S_{21}(f_0, P_{AVAIL}) & S_{22}(f_0, P_{AVAIL}) & T_{22}(f_0, P_{AVAIL}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \\ \underline{a}_2^* \end{bmatrix} \quad (1-35)$$

La matrice de diffraction grand signal unilatérale (modèle 1) sert de référence pour estimer l'erreur commise lorsque l'effet load-pull est totalement négligé. La matrice de diffraction grand signal bilatérale (modèle 2), prend en compte l'effet load-pull en supposant une réponse linéaire de l'amplificateur aux désadaptations de charge. La matrice de distorsion (modèle 3) enfin, prend en compte une éventuelle non-linéarité de la réponse aux effets load-pull.

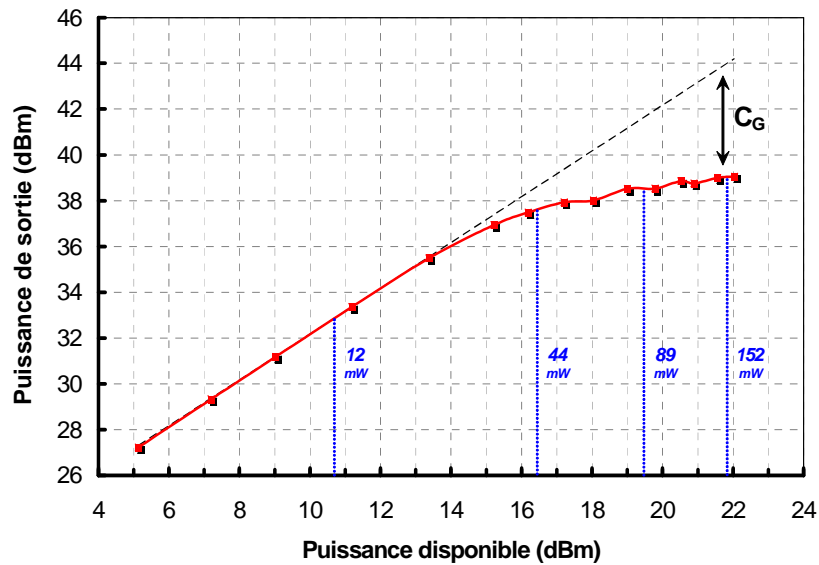


Figure 1-10 Puissance de sortie en fonction de la puissance disponible à 9,75 GHz pour $Z_L^{(1)} (\approx 50\Omega)$

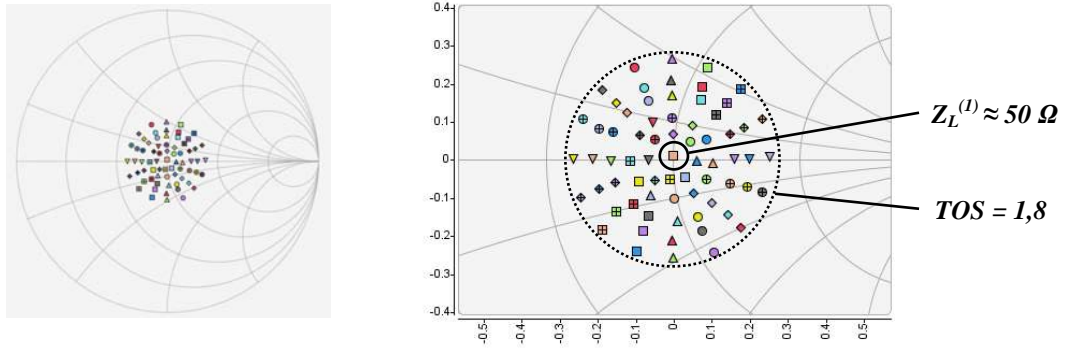


Figure 1-11 Charges mesurées

Les tableaux 2-1, 2-2 et 2-3 présentent les valeurs optimisées des différents modèles ainsi que l'erreur associée dans les différents régimes de fonctionnement. Les valeurs de puissance disponible sont associées aux valeurs compression de gain C_G relevées à 50Ω . Les indicateurs d'erreur des modèles, en entrée et en sortie, sont notés respectivement ΔP_{IN} et ΔP_{OUT} et sont définis dans les équations (1-30) et (1-32).

P_{AVAIL} (mW)	C_G (dB)	S_{11} (dB °)	S_{21} (dB °)	ΔP_{IN} (%)	ΔP_{OUT} (%)
12	0	-13,99 32,8	22,34 70,8	0,104	0,023
44	1	-14,28 36,3	21,16 73,1	0,388	0,392
89	3	-14,93 41,3	19,14 73,9	0,560	0,620
152	5	-15,69 60,3	17,21 78,7	1,103	0,570

Tableau 1-1 Paramètres de la matrice de diffraction grand signal unilatérale à 9,75 GHz (modèle 1)

P_{AVAIL} (mW)	C_G (dB)	S_{11} (dB °)	S_{12} (dB °)	S_{21} (dB °)	S_{22} (dB °)	ΔP_{IN} (%)	ΔP_{OUT} (%)
12	0	-13,98 32,7	-51,90 -8	22,34 70,8	-25,00 133	0,008	0,011
44	1	-14,27 36,1	-46,00 -26	21,14 73,0	-14,26 -66	0,072	0,261
89	3	-14,93 41,0	-43,19 -32	19,11 73,9	-11,06 -86	0,126	0,345
152	5	-15,69 60,0	-38,64 -26	17,19 78,6	-12,23 -84	0,270	0,408

Tableau 1-2 Paramètres de la matrice de diffraction grand signal à 9,75 GHz (modèle 2)

P_{AVAIL} (mW)	C_G (dB)	S_{11} (dB °)	S_{12} (dB °)	S_{21} (dB °)	S_{22} (dB °)	T_{22} (dB °)	ΔP_{IN} (%)	ΔP_{OUT} (%)
12	0	-13,98 32,7	-51,90 -8	22,34 70,8	-24,73 135	-36,77 -123	0,008	0,010
44	1	-14,27 36,1	-46,02 -26	21,15 72,9	-14,52 -68	-12,22 -12	0,067	0,028
89	3	-14,93 41,0	-43,19 -32	19,11 73,7	-10,93 -84	-10,52 -26	0,117	0,036
152	5	-15,69 60,0	-38,64 -26	17,18 78,4	-11,47 -84	-9,40 -24	0,298	0,013

Tableau 1-3 Paramètres de la matrice de distorsion à 9,75 GHz (modèle 3)

Le Tableau 1-1 présente les résultats obtenus avec la matrice de diffraction unilatérale. Il permet d'apprécier l'erreur commise lorsqu'on néglige totalement l'effet load-pull. On s'intéresse principalement à l'erreur en sortie, ΔP_{OUT} . A première vue, cette erreur semble très faible, voire négligeable. Ceci s'explique par le fait que la contribution de l'onde réfléchie par la sortie ($\Gamma_{OUT, a2}$) à l'onde b_2 est généralement faible devant $S_{21, a1}$, compte tenu du gain élevé de l'amplificateur (S_{21}) et du niveau de TOS modéré (a_2). On constate cependant une augmentation significative de l'erreur lorsque l'amplificateur sature.

Lorsque l'amplificateur fonctionne en régime linéaire ($C_G = 0$), la matrice de distorsion (modèle 3) est pratiquement équivalente à la matrice de diffraction grand signal (modèle 2), compte tenu du terme T_{22} très faible et de la similitude des coefficients S_{22} . On en déduit que l'amplificateur a un comportement pratiquement linéaire vis-à-vis des perturbation de charge. On constate aussi la précision du modèle unilatéral (modèle 1) reste comparativement acceptable, ce qui est logique au vu du faible niveau du coefficient S_{22} .

Lorsque la compression de gain augmente, on observe un accroissement important du terme T_{22} (modèle 3) et, dans une moindre mesure, du terme S_{22} (modèle 2 et modèle 3). La Figure 1-12 montre l'erreur ΔP_{OUT} des différents modèles en fonction de la compression de gain C_G . L'erreur induite par la matrice de distorsion (modèle 3) reste très modérée, alors que l'erreur de la matrice de diffraction grand signal (modèle 2) augmente sensiblement, améliorant à peine la précision par rapport au modèle unilatéral (modèle 1).

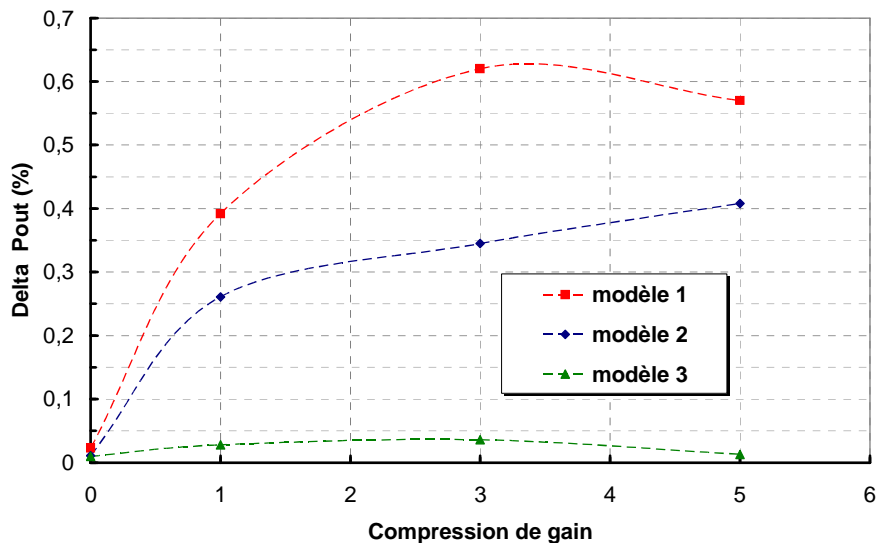


Figure 1-12 Erreur moyenne des modèles sur la puissance de sortie en fonction de la compression

Ce résultat confirme la non-linéarité de l'effet load-pull lorsque l'amplificateur fonctionne en régime saturé. Manifestement, cette non-linéarité est prise en compte avec précision par le terme T_{22} de la matrice de distorsion. On verra, dans le quatrième chapitre, que le supplément de précision apporté par la matrice de distorsion sur l'onde en sortie a un effet significatif sur les résultats de simulation de l'antenne complète. D'autre part, on peut espérer une diminution comparable de l'erreur ΔP_{IN} du modèle en ajoutant le terme T_{12} dans la formulation. Noter enfin que les harmoniques peuvent éventuellement être pris en compte par le modèle de distorsion polyharmonique.

1.2.4 Pistes d'amélioration

La procédure de mesure peut être améliorée, afin de collecter les données directement nécessaires à la construction du modèle, et de mieux estimer le niveau TOS critique en sortie du HPA. La procédure utilisée, qui consiste à fixer l'impédance de charge et à augmenter la puissance disponible (power sweep) jusqu'à un seuil fixé de compression de gain, entraîne l'exploration inutile de certaines parties du domaine de fonctionnement, et restreint l'exploration de parties plus utiles. On ne dispose pas, pour certaines charges, de mesures associées à une puissance disponible très élevée (Figure 1-13).

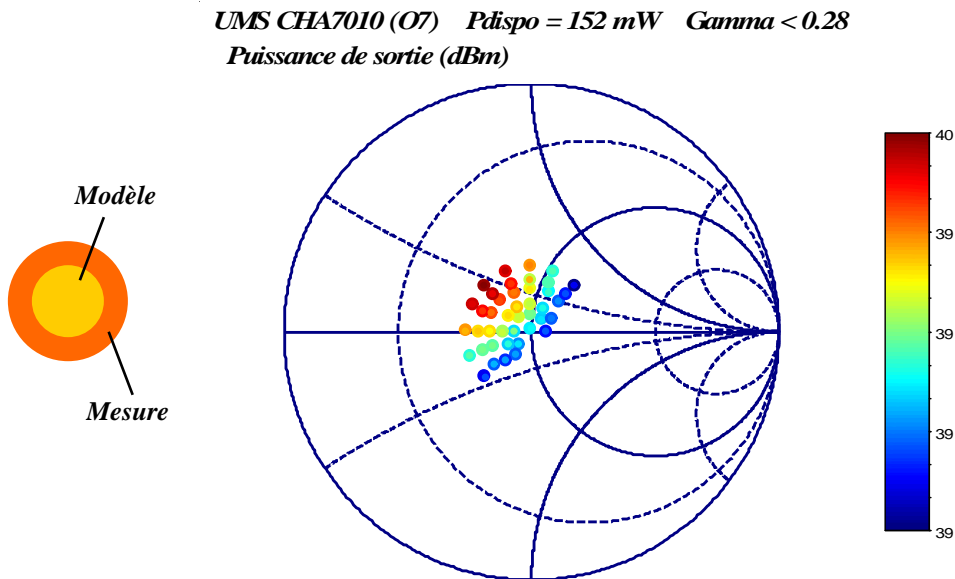


Figure 1-13 Charges utilisées pour la modélisation du HPA à 5 dB de compression

Il serait donc plus approprié de définir une plage de variations en puissance disponible (P_{AVAIL}) commune pour toutes les charges, à partir des limites constatées à $50\ \Omega$ en termes de compression de gain et de courant collecteur crête. Pour chaque niveau de puissance disponible, en partant du plus faible, on balayerait alors une sélection de charges (*impedance sweep*) de TOS limité à 3 par exemple. La faible puissance utilisée lors du premier balayage en impédance garantit la sécurité du composant malgré la désadaptation (les résultats de cette campagne montrent que le courant collecteur n'est pratiquement pas affecté par la désadaptation pour de faibles puissances, voir Figure 1-8). Au fur et à mesure que la puissance disponible augmente, on surveille les indicateurs (C_G , I_C) pour s'assurer que les seuils tolérés ne sont pas franchis. Le cas échéant, on peut éviter l'impédance supposée critique lors des passes ultérieures.

Bibliographie

- [1] S. A. Maas, *Nonlinear Microwave Circuits*: Artech House, 1987.
- [2] G. D. Vendelin, A. M. Pavio, and U. L. Rohde, *Microwave Circuit Design Using Linear and Nonlinear Techniques*, 2nd Edition ed: Wiley, 2005.
- [3] S. Cripps, *Advanced Techniques in RF Power Amplifier Design*: Artech House, 2002.
- [4] K. Kurokawa, "Power Waves and Scattering Matrix," *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-13, pp. 194-202, 1965.
- [5] R. B. Marks and D. F. Williams, "A General Waveguide Circuit Theory," *J. Res. Natl. Inst Stand. Technol.*, vol. 97, pp. 533-562, 1992.
- [6] W. H. Leighton, R. J. Chaffin, and J. G. Webb, "RF Amplifier Design with Large-Signal S-parameters," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-21, 1973.
- [7] S.R.Mazumder and P. D. V. D. Puije, "Two-signal method of measuring the large-signal S-parameters of transistors," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-26, pp. 417-420, 1978.
- [8] J. Verspecht and D. E. Root, "Polyharmonic Distorsion Modeling," *IEEE Microwave Magazine*, vol. 7, pp. 44-57, 2006.
- [9] Y. Takayama, "A new Load-pull Characterization Method for Microwave Power Transistor," presented at IEEE MTT-S Symp. Dig., 1976.
- [10] G. P. Bava, U. Pisani, and V. Pozzolo, "Active Load Technique for Load-pull Characterization at Microwave Frequencies," *Electronic letters*, vol. 18, pp. 178-180, 1982.
- [11] T. Gasseling, S. Heckmann, D. Barataud, J. M. Nebus, J. P. Villotte, R. Quere, D. Floriot, and P. Auxemery, "Large signal pulsed RF and DC load-pull characterization of high voltage 10W GaAs-GaN HBTs," presented at 2003 IEEE MTT-S International, Philadelphia, Pennsylvania, USA, 2003.
- [12] J. Mazeau, R. Sommet, D. Caban-Chastas, E. Gatard, R. Quere, and Y. Mancuso, "Behavioral thermal modeling for microwave power amplifier design," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 55, pp. 2290-2296, 2007.
- [13] J. Liu, L. P. Dunleavy, and H. Arslan, "Large-signal behavioral modeling of nonlinear amplifiers on load-pull AM-AM and AM-PM measurements," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 54, pp. 3191-3196, 2006.

Calcul du réseau d'éléments rayonnants

2.1.1 METHODE DE DECOMPOSITION DE DOMAINE	33
2.1.2 TECHNIQUE PAR CHANGEMENT D'ECHELLE	35
2.2 FORMULATION EN ONDES DE LA TECHNIQUE PAR CHANGEMENT D'ECHELLE.....	36
2.2.1 MULTIPOLE D'HYBRIDATION SCT/DDM	37
2.2.2 MULTIPOLE DE CHANGEMENT D'ECHELLE	45
2.2.3 MULTIPOLES DE FERMETURE.....	51
2.3 VALIDATION DE L'ALGORITHME SCT.....	52
2.3.1 IRIS RECTANGULAIRE	52
2.3.2 ANNEAU CIRCULAIRE	55
2.3.3 INTEGRATION DE LA SCT DANS UN GRAPHE DDM.....	58
2.4 SIMULATION D'UNE ANTENNE PAR SCT/DDM	60
2.4.1 APPLICATION DE LA SCT SUR UNE OUVERTURE	61
2.4.2 APPLICATION DE LA SCT AU VOISINAGE DE L'OUVERTURE	64
2.4.3 LIMITATIONS ACTUELLES ET PISTES D'AMELIORATION	67
BIBLIOGRAPHIE	68

2.1 Présentation des méthodes

La simulation électromagnétique des grands réseaux est généralement délicate, compte tenu du facteur d'échelle important entre les éléments rayonnants, le réseau complet et son support. Un calcul direct par une méthode *full-wave* exigerait un temps de calcul extrêmement important, et pourrait conduire à manipuler des matrices très mal conditionnées. C'est pourquoi le calcul des réseaux fait souvent appel à des approches spécifiques.

La simulation d'une antenne élémentaire, entourée par des conditions de type mur périodique (utilisation des bases de Floquet), permet sous certaines hypothèses d'extrapoler le champ à l'échelle du réseau. Cette approche, qui ne prend pas en compte les effets de bords, suppose malheureusement une loi d'excitation uniforme (à une rampe de phase près). Elle ne permet donc pas de décrire d'éventuelles disparités dans la loi d'excitation du réseau, causées notamment par la perturbation des circuits actifs d'amplification. On peut également, par l'étude d'un nombre restreint d'éléments du réseau, construire par duplication (*pattern multiplication*) la matrice de couplage aux accès de l'antenne ainsi que les diagrammes de rayonnement élémentaires. Cette approche a pour avantage d'être très souple, relativement simple à mettre en œuvre, et elle peut s'appuyer aussi bien sur des données simulées ou mesurées. Elle ne prend cependant pas en compte les effets de bord.

Dans ce chapitre, nous envisagerons de traiter le calcul du réseau d'éléments rayonnants (bloc *radiating array*, sur la Figure 3 de l'introduction) par une approche rigoureuse, couplant la méthode de décomposition de domaine (*Domain Decomposition Method*, DDM) et la technique par changement d'échelle (*Scale Change Technique*, SCT). Cette approche repose sur l'idée de « factoriser » le calcul pour en simplifier la résolution. Pour la première fois, nous formulerons la technique par changement d'échelle dans un formalisme en ondes, et la mettrons en œuvre dans un contexte de calcul par décomposition de domaine.

2.1.1 Méthode de décomposition de domaine

Rappelons le principe de la méthode de décomposition de domaine [1], également appelée méthode multi-domaine ou méthode de factorisation. La méthode multi-domaine consiste à décomposer un volume global de calcul Ω_0 en sous-volumes (Ω_1 , Ω_2 , etc.), connectés entre eux par des interfaces fictives (voir Figure 2-1), sur lesquelles sont définies des bases communes pour la représentation du champ tangentiel. Chaque sous-volume est caractérisé par un opérateur matriciel (admittance, impédance, diffraction, etc.) condensé sur les bases aux interfaces. Les opérateurs des sous-volumes sont ensuite assemblés pour former un système linéaire appelé équation de graphe, dont la résolution détermine la projection de la solution sur les bases aux interfaces. La connaissance du champ aux interfaces permet alors de déterminer le champ rayonné en vertu du principe de superposition.

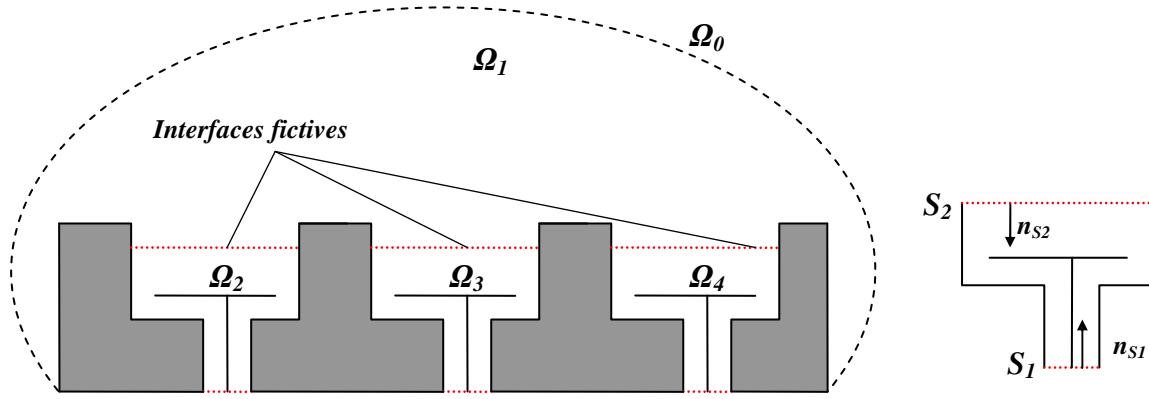


Figure 2-1 Décomposition de domaine appliquée à un réseau de cavités avec patches

Les bases du champ sur les interfaces peuvent être globales (modes plans, sphériques) ou locales (Rao-Wilson-Glisson, Nédelec) selon les applications. Nous introduirons ici les bases modales dont les propriétés sont exploitées par la technique par changement d'échelle. Les sous-volumes seront caractérisés par des matrices de diffraction relatives aux modes, en incluant les modes évanescents. On parle dans ce cas de matrice de diffraction généralisée (Generalized Scattering Matrix, GSM). Le champ tangentiel sur l'interface S_i s'exprime :

$$\begin{cases} \vec{E}_T^{S_i} = \hat{n}_{S_i} \times (\vec{E}^{S_i} \times \hat{n}_{S_i}) \\ \vec{H}_T^{S_i} = \hat{n}_{S_i} \times (\vec{H}^{S_i} \times \hat{n}_{S_i}) \end{cases} \quad (2-1)$$

où $\vec{E}_T^{S_i}$ et $\vec{H}_T^{S_i}$ sont le champ électrique et magnétique sur l'interface S_i

$\vec{E}_T^{S_i}$ et $\vec{H}_T^{S_i}$ sont le champ électrique et magnétique tangentiels sur l'interface S_i

\hat{n}_{S_i} est le vecteur unitaire normal à S_i orienté vers l'intérieur du sous-volume

On introduit les bases modales du champ électromagnétique tangentiel sur l'interface. Rappelons que l'on appelle base modale d'un domaine planaire, la base du guide infini extrudé selon sa normale. On choisit de ranger les modes par ordre de fréquence de coupure croissant, indépendamment de leur nature (TE, TM, TEM, etc...) :

$$\forall m > 0 : \begin{cases} \vec{E}_m^{Si} = x_m^{Si} \vec{f}_m^{Si} \\ \vec{H}_m^{Si} = y_m^{Si} \vec{g}_m^{Si} \end{cases} \quad (2-2)$$

\vec{f}_m^{Si} et \vec{g}_m^{Si} sont le m -ième couple de solutions de l'équation d'Helmholtz (cf. annexe) sur l'interface S_i , respectivement pour le champ électrique et magnétique tangentiels. Lorsque les sections sont homogènes, ces solutions sont indépendantes de la fréquence. C'est pourquoi on définit des coefficients de normalisation en fréquence notés x_m^{Si} et y_m^{Si} .

On adopte la définition du produit scalaire suivante, qui s'applique sur l'intersection des domaines de définitions des champs vectoriels :

$$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \iint_{S(\vec{a}) \cap S(\vec{b})} \vec{a} \cdot \vec{b}^* dS \quad (2-3)$$

Les modes, orthogonaux par construction, sont normalisés comme suit :

$$\langle \vec{E}_m^{Si}, \vec{H}_n^{Si} \times \hat{n}_{Si} \rangle = \delta_{mn} \cdot \begin{cases} 1 & \text{si mode propagatif} \\ +j & \text{si mode évanescent TE} \\ -j & \text{si mode évanescent TM} \end{cases} \quad \text{avec } \delta_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{si } m = n \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2-4)$$

On définit un terme de normalisation du mode par :

$$P_m^{Si} = \langle \vec{E}_m^{Si}, \vec{H}_m^{Si} \times \hat{n}_{Si} \rangle \quad (2-5)$$

Le champ tangentiel peut être développé sur les bases modales sous la forme :

$$\begin{cases} \vec{E}_T^{Si} = \sum_{m>0} V_m^{Si} \vec{E}_m^{Si} \\ \vec{H}_T^{Si} = \sum_{m>0} I_m^{Si} \vec{H}_m^{Si} \end{cases} \quad (2-6)$$

Les coefficients en ondes sur l'interface S_i sont définis à partir des coefficients en tension et courant par la relation suivante :

$$\forall m > 0 \quad \begin{cases} V_m^{Si} = a_m^{Si} + b_m^{Si} \\ I_m^{Si} = a_m^{Si} - b_m^{Si} \end{cases} \quad (2-7)$$

La matrice de diffraction d'un volume à deux interfaces est notée :

$$\begin{bmatrix} b_1^{S1} \\ \vdots \\ b_{N_{S1}}^{S1} \\ b_1^{S2} \\ \vdots \\ b_{N_{S2}}^{S2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^{11} & \cdots & S_{1N_{S1}}^{11} & | & S_{11}^{12} & \cdots & S_{1N_{S2}}^{12} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ S_{N_{S1}1}^{11} & \cdots & S_{N_{S1}N_{S1}}^{11} & | & S_{N_{S1}1}^{12} & \cdots & S_{N_{S1}N_{S2}}^{12} \\ \hline S_{11}^{21} & \cdots & S_{1N_{S1}}^{21} & | & S_{11}^{22} & \cdots & S_{1N_{S2}}^{22} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ S_{N_{S2}1}^{21} & \cdots & S_{N_{S2}N_{S1}}^{21} & | & S_{N_{S2}1}^{22} & \cdots & S_{N_{S2}N_{S2}}^{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1^{S1} \\ \vdots \\ a_{N_{S1}}^{S1} \\ a_1^{S2} \\ \vdots \\ a_{N_{S2}}^{S2} \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

2.1.2 Technique par changement d'échelle

La technique par changement d'échelle (*Scale Change Technique*, SCT) est une méthode électromagnétique dédiée au calcul de discontinuités planaires présentant des discontinuités à de multiples échelles. S'inspirant des techniques modales [2] (*Mode Matching Technique*, MMT), elle consiste à traiter le problème de la multiplicité des échelles par une modélisation électromagnétique unique, procédant par changements d'échelles successifs. En pratique, la surface de discontinuité est décomposée artificiellement en sous-domaines, imbriqués les uns dans les autres, dont les dimensions s'échelonnent de la plus grande à la plus petite des échelles mises en jeu. Par un calcul « de proche en proche » des couplages entre échelles successives, elle réduit les problèmes numériques posés par les facteurs d'échelles importants. La technique par changement d'échelle a précédemment été appliquée au calcul de cellules déphaseuses à MEMS [3] et de surfaces constituées de motifs auto similaires [4].

Cette technique s'appuie fortement sur les propriétés des bases modales, utilisées comme fonctions d'essais des champs et courants sur le domaine et les sous-domaines. On range les modes de chaque région (indépendamment de leur nature TE, TM, etc.) par fréquence de coupure croissante, avec la propriété suivante : la longueur d'onde du champ dans le plan transverse tend à diminuer lorsque la fréquence de coupure augmente. Cette propriété, certes qualitative (l'ondulation peut être anisotrope), est mise à profit pour dissocier le traitement des modes d'ordre faible et les modes d'ordre élevé lors du calcul des interactions entre échelles successives.

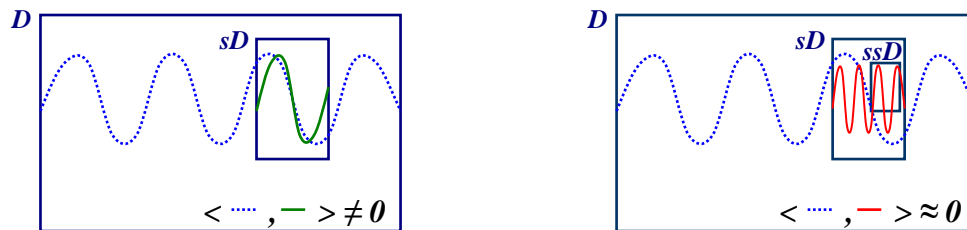


Figure 2-2 Influence du rang des modes sur le produit scalaire lors d'un changement d'échelle

Soit un domaine D , dont la base est constituée d'un nombre fini de modes. Si on considère les interactions entre le domaine D et son sous-domaine sD (voir Figure 2-2), seul un nombre restreint de modes de sD sont réellement couplés avec la base de D , compte tenu du facteur d'échelle entre les deux régions. Les modes de sD d'ordre faible (à gauche) sont **actifs** à l'échelle de D , ce qui se traduit par un produit scalaire significatif avec la base de D . Les modes d'ordre élevé, en revanche (à droite), sont pratiquement découplés et peuvent être considérés comme **passifs** vis-à-vis des modes de D . Les modes passifs de sD sont néanmoins être pris en compte lors du calcul des interactions entre sD et un éventuel sous-domaine ssD .

La technique par changement d'échelle, en découplant les modes passifs de sD des modes de base de D , limite le calcul des produits scalaires aux fonctions de bases les plus pertinentes. Une conséquence importante est que les matrices de produit scalaire manipulées sont mieux conditionnées, ce qui rend leur inversion moins critique.

2.2 Formulation en ondes de la technique par changement d'échelle

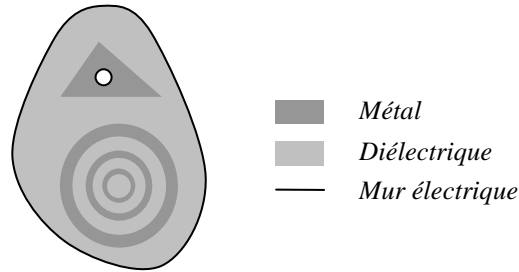


Figure 2-3 Vue longitudinale de la discontinuité

Soit un domaine planaire D , infiniment mince, composé de régions conductrices, isolantes (et éventuellement de sources) à différentes échelles (voir Figure 2-3). D est une discontinuité uniaxiale séparant deux régions de l'espace (voir Figure 2-4) que l'on suppose localement cylindriques : il existe, de part et d'autre de D , des épaisseurs h_1 et h_2 invariantes par translation suivant la normale à D , en terme de permittivité, de perméabilité et de conditions aux limites sur les bords. Ces épaisseurs peuvent éventuellement être infimes, voire même s'annuler au prix d'une approximation dans l'application de la technique.

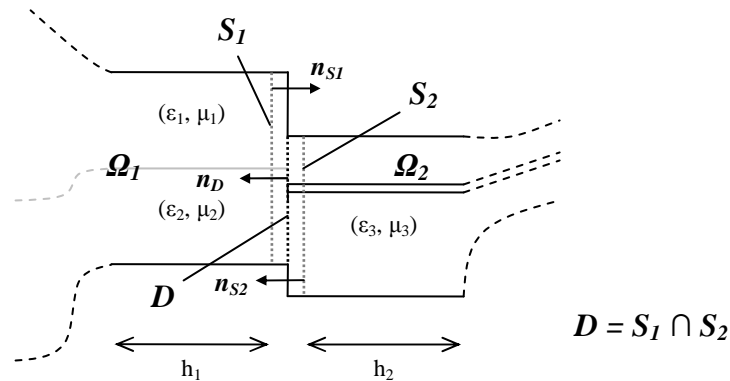


Figure 2-4 Vue transversale de la discontinuité

Les sections cylindriques au voisinage de la discontinuité définissent les interfaces S_1 et S_2 du sous-volume, dont D est l'intersection ($D = S_1 \cap S_2$). La discontinuité D peut être le siège de densités de courant électrique surfacique. Conformément aux conventions multi-domaines, les vecteurs normaux aux interfaces S_1 et S_2 sont orientés vers l'intérieur du sous-volume contenant la discontinuité.

Les relations de passage entre les composantes tangentielles du champ électromagnétique de part et d'autre de la discontinuité s'écrivent :

$$\text{Sur } D : \begin{cases} \vec{E}_T^{S1} = \vec{E}_T^{S2} = \vec{E}_T^D \\ \hat{n}_{S1} \times (\vec{H}_T^{S1} - \vec{H}_T^{S2}) = \vec{J}_C^D \end{cases} \quad (2-9)$$

$$\text{Sur } S_1 - D : \vec{E}_T^{S1} = \vec{0} \quad (2-10)$$

$$\text{Sur } S_2 - D : \vec{E}_T^{S2} = \vec{0} \quad (2-11)$$

où \vec{E}_T^{Si} est le champ électrique tangentiel sur l'interface S_i ($i = 1, 2$)

\vec{H}_T^{Si} est le champ magnétique tangentiel sur l'interface sur S_i ($i = 1, 2$)

\vec{E}_T^D est le champ électrique tangentiel sur D

\vec{J}_C^D est la densité surfacique de courant électrique sur D (Conduction)

\hat{n}_{Si} est le vecteur unitaire normal à S_i ($i = 1, 2$) orienté vers l'intérieur du sous-volume

2.2.1 Multipôle d'hybridation SCT/DDM

Intéressons nous tout d'abord aux conditions de raccordement de sous-volumes modélisés par SCT au sein de graphes de décomposition de domaine. Le multipôle d'hybridation SCT/DDM, formulé dans cette section, relie le champ électromagnétique sur les interfaces S_1 et S_2 de la discontinuité aux modes actifs du champ et du courant sur D , qui constituent les ports d'échange vers les sous-domaines d'échelle inférieure.

Les relations (2-9), (2-10) et (2-11) peuvent être reformulées de manière équivalente :

$$\text{Sur } S_1 : \vec{E}_T^{S1} = \begin{cases} \vec{E}_T^D & \text{sur } D \\ \vec{0} & \text{sur } S_1 - D \end{cases} \quad (2-12)$$

$$\text{Sur } S_2 : \vec{E}_T^{S2} = \begin{cases} \vec{E}_T^D & \text{sur } D \\ \vec{0} & \text{sur } S_2 - D \end{cases} \quad (2-13)$$

$$\text{Sur } D : \vec{H}_T^{S1} \times \hat{n}_{S1} + \vec{H}_T^{S2} \times \hat{n}_{S2} + \vec{J}_C^D = \vec{0} \quad (2-14)$$

Pour simplifier les notations, on définit le champ magnétique tangentiel « tourné » de 90° sur les interfaces : $\forall i = 1, 2$

$$\vec{J}_T^{Si} = \vec{H}_T^{Si} \times \hat{n}_{Si} \quad (2-15)$$

On introduit, sur S_1 et S_2 , les bases modales du champ électrique tangentiel et du champ magnétique tangentiel tourné : $\forall i = 1, 2$

$$\forall m > 0 : \begin{cases} \vec{E}_m^{Si} = x_m^{Si} \vec{f}_m^{Si} \\ \vec{J}_m^{Si} = y_m^{Si} \vec{g}_m^{Si} \times \hat{n}_{Si} \end{cases} \quad (2-16)$$

De même sur le domaine D :

$$\forall m > 0 : \begin{cases} \vec{E}_m^D = x_m^D \vec{f}_m^D \\ \vec{J}_m^D = y_m^D \vec{g}_m^D \times \hat{n}_D \end{cases} \quad (2-17)$$

L'orientation du vecteur normal unitaire \mathbf{n}_D est choisie semblable à \mathbf{n}_{S_2} . On développe les équations (2-12), (2-13), et (2-14) sur les bases de S_1 , S_2 et D , comprenant les modes actifs et passifs de S_1 et S_2 d'une part, et les modes actifs de D d'autre part. On fait apparaître les coefficients en onde des modes actifs, qui constituent les ports d'échange entre les volumes voisins et le domaine :

$$\text{Sur } S_1 : \sum_{m=1}^{N_{S_1}} (a_m^{S_1} + b_m^{S_1}) \vec{E}_m^{S_1} + \sum_{n=N_{S_1}+1}^{N_{S_1}+P_{S_1}} V_n^{S_1} \vec{E}_n^{S_1} = \begin{cases} \sum_{r=1}^{N_D} (a_r^D + b_r^D) \vec{E}_r^D & \text{sur } D \\ \vec{0} & \text{sur } S_1 - D \end{cases} \quad (2-18)$$

$$\text{Sur } S_2 : \sum_{p=1}^{N_{S_2}} (a_p^{S_2} + b_p^{S_2}) \vec{E}_p^{S_2} + \sum_{q=N_{S_2}+1}^{N_{S_2}+P_{S_2}} V_q^{S_2} \vec{E}_q^{S_2} = \begin{cases} \sum_{r=1}^{N_D} (a_r^D + b_r^D) \vec{E}_r^D & \text{sur } D \\ \vec{0} & \text{sur } S_2 - D \end{cases} \quad (2-19)$$

$$\text{Sur } D : \sum_{m=1}^{N_{S_1}} (a_m^{S_1} - b_m^{S_1}) \vec{J}_m^{S_1} + \sum_{n=N_{S_1}+1}^{N_{S_1}+P_{S_1}} I_n^{S_1} \vec{J}_n^{S_1} + \sum_{p=1}^{N_{S_2}} (a_p^{S_2} - b_p^{S_2}) \vec{J}_p^{S_2} + \sum_{q=N_{S_2}+1}^{N_{S_2}+P_{S_2}} I_q^{S_2} \vec{J}_q^{S_2} + \sum_{r=1}^{N_D} (a_r^D - b_r^D) \vec{J}_r^D = \vec{0} \quad (2-20)$$

On applique alors la procédure de Galerkin, qui consiste à projeter ces équations sur les bases de fonctions d'essai des champs et des courants. Projetons tout d'abord (2-18) sur la base (modes actifs et passifs) du champ magnétique tourné sur S_1 :

$$\forall m \in [1, N_{S_1}] : (a_m^{S_1} + b_m^{S_1}) = \sum_{r=1}^{N_D} (a_r^D + b_r^D) \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_m^{S_1} \rangle}{P_m^{S_1}} \quad (2-21)$$

$$\forall n \in [N_{S_1} + 1, N_{S_1} + P_{S_1}] : V_n^{S_1} = \sum_{r=1}^{N_D} (a_r^D + b_r^D) \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_n^{S_1} \rangle}{P_n^{S_1}} \quad (2-22)$$

Projetons (2-19) sur la base (modes actifs et passifs) du champ magnétique tourné sur S_2 :

$$\forall p \in [1, N_{S_2}] : (a_p^{S_2} + b_p^{S_2}) = \sum_{r=1}^{N_D} (a_r^D + b_r^D) \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_p^{S_2} \rangle}{P_p^{S_2}} \quad (2-23)$$

$$\forall q \in [N_{S_2} + 1, N_{S_2} + P_{S_2}] : V_q^{S_2} = \sum_{r=1}^{N_D} (a_r^D + b_r^D) \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_q^{S_2} \rangle}{P_q^{S_2}} \quad (2-24)$$

Projetons (2-20) sur la base (modes actifs) du champ électrique sur D :

$$\begin{aligned} \forall r \in [1, N_D]: \\ \sum_{m=1}^{N_{S_1}} (a_m^{S_1} - b_m^{S_1}) \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_m^{S_1} \rangle^*}{P_r^{D*}} + \sum_{n=N_{S_1}+1}^{N_{S_1}+P_{S_1}} I_n^{S_1} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_n^{S_1} \rangle^*}{P_r^{D*}} \\ + \sum_{p=1}^{N_{S_2}} (a_p^{S_2} - b_p^{S_2}) \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_p^{S_2} \rangle^*}{P_r^{D*}} + \sum_{q=N_{S_2}+1}^{N_{S_2}+P_{S_2}} I_q^{S_2} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_q^{S_2} \rangle^*}{P_r^{D*}} \\ + (a_r^D - b_r^D) = 0 \end{aligned} \quad (2-25)$$

Noter que les équations (2-21) et (2-22) contiennent implicitement la condition de mur électrique sur le complémentaire de D dans S_1 , noté $S_1 - D$ (de même pour les équations (2-23) et (2-24) sur $S_2 - D$). En effet, le produit scalaire défini par l'équation (2-3) s'applique sur l'intersection des domaines d'existence des fonctions :

$$\int_{S_1-D} \vec{0} \cdot \vec{J}_m^{S_1*} dS + \int_D \vec{E}_p^D \cdot \vec{J}_m^{S_1*} dS = 0 + \int_{S_1 \cap D} \vec{E}_p^D \cdot \vec{J}_m^{S_1*} dS = \langle \vec{E}_p^D, \vec{J}_m^{S_1} \rangle \quad (2-26)$$

On numérote de 1 à 3 les interfaces, associées respectivement à S_1 , S_2 et D , pour définir le *multipôle d'hybridation SCT/DDM*. On va exprimer la matrice de diffraction généralisée de ce multipôle, qui est une matrice 3x3 par blocs, relative aux modes actifs de chaque interface :

$$S^H = \begin{bmatrix} S_{11}^H & S_{12}^H & S_{13}^H \\ S_{21}^H & S_{22}^H & S_{23}^H \\ S_{31}^H & S_{32}^H & S_{33}^H \end{bmatrix} \quad (2-27)$$

On définit également les matrices V et I (matrices 2x3 par blocs) contenant les coefficients en tension et en courant des modes passifs de S_1 (V_{1j}) et de S_2 (V_{2j}) associés à l'excitation de chacun des modes actifs de S_1 , S_2 , et D ($j=1,2,3$) :

$$V = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

En « allumant » successivement chaque mode actif de l'interface 1 (S_1), on fait apparaître les coefficients des blocs de la matrice de diffraction du multipôle : $\forall s \in [1, N_{S_1}]$,

$$\forall m \in [1, N_{S_1}]: \quad (\delta_{ms} + S_{ms}^{11}) = \sum_{r=1}^{N_D} S_{rs}^{31} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_m^{S_1} \rangle}{P_m^{S_1}} \quad (2-29)$$

$$\forall n \in [N_{S_1} + 1, N_{S_1} + P_{S_1}]: \quad V_{ns}^{11} = \sum_{r=1}^{N_D} S_{rs}^{31} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_n^{S_1} \rangle}{P_n^{S_1}} \quad (2-30)$$

$$\forall p \in [1, N_{S_2}]: \quad S_{ps}^{21} = \sum_{r=1}^{N_D} S_{rs}^{31} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_p^{S_2} \rangle}{P_p^{S_2}} \quad (2-31)$$

$$\forall q \in [N_{S_2} + 1, N_{S_2} + P_{S_2}]: \quad V_{qs}^{21} = \sum_{r=1}^{N_D} S_{rs}^{31} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_q^{S_2} \rangle}{P_q^{S_2}} \quad (2-32)$$

$$\begin{aligned} \forall r \in [1, N_D]: \\ \sum_{m=1}^{N_{S_1}} (\delta_{ms} - S_{ms}^{11}) \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_m^{S_1} \rangle^*}{P_r^{D^*}} + \sum_{n=N_{S_1}+1}^{N_{S_1}+P_{S_1}} I_{ns}^{11} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_n^{S_1} \rangle^*}{P_r^{D^*}} \\ - \sum_{p=1}^{N_{S_2}} S_{ps}^{21} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_p^{S_2} \rangle^*}{P_r^{D^*}} + \sum_{q=N_{S_2}+1}^{N_{S_2}+P_{S_2}} I_{qs}^{21} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_q^{S_2} \rangle^*}{P_r^{D^*}} - S_{rs}^{31} = 0 \end{aligned} \quad (2-33)$$

De même en allumant chacun des modes actifs de l'interface 2 (S_2) : $\forall s \in [1, N_{S_2}]$,

$$\forall m \in [1, N_{S_1}]: \quad S_{ms}^{12} = \sum_{r=1}^{N_D} S_{rs}^{32} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_m^{S_1} \rangle}{P_m^{S_1}} \quad (2-34)$$

$$\forall n \in [N_{S_1} + 1, N_{S_1} + P_{S_1}]: \quad V_{ns}^{12} = \sum_{r=1}^{N_D} S_{rs}^{32} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_n^{S_1} \rangle}{P_n^{S_1}} \quad (2-35)$$

$$\forall p \in [1, N_{S_2}]: \quad (\delta_{ps} + S_{ps}^{22}) = \sum_{r=1}^{N_D} S_{rs}^{32} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_p^{S_2} \rangle}{P_p^{S_2}} \quad (2-36)$$

$$\forall q \in [N_{S_2} + 1, N_{S_2} + P_{S_2}]: \quad V_{qs}^{22} = \sum_{r=1}^{N_D} S_{rs}^{32} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_q^{S_2} \rangle}{P_q^{S_2}} \quad (2-37)$$

$$\begin{aligned} \forall r \in [1, N_D]: \\ - \sum_{m=1}^{N_{S_1}} S_{ms}^{12} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_m^{S_1} \rangle^*}{P_r^{D^*}} + \sum_{n=N_{S_1}+1}^{N_{S_1}+P_{S_1}} I_{ns}^{12} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_n^{S_1} \rangle^*}{P_r^{D^*}} \\ + \sum_{p=1}^{N_{S_2}} (\delta_{ps} - S_{ps}^{22}) \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_p^{S_2} \rangle^*}{P_r^{D^*}} + \sum_{q=N_{S_2}+1}^{N_{S_2}+P_{S_2}} I_{qs}^{22} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_q^{S_2} \rangle^*}{P_r^{D^*}} - S_{rs}^{32} = 0 \end{aligned} \quad (2-38)$$

Enfin, en allumant chacun des modes actifs de l'interface 3 (D) : $\forall s \in [1, N_D]$,

$$\forall m \in [1, N_{S1}]: \quad S_{ms}^{13} = \sum_{r=1}^{N_D} (\delta_{rs} + S_{rs}^{33}) \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_m^{S1} \rangle}{P_m^{S1}} \quad (2-39)$$

$$\forall n \in [N_{S1}+1, N_{S1}+P_{S1}]: \quad V_{ns}^{13} = \sum_{r=1}^{N_D} (\delta_{rs} + S_{rs}^{33}) \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_n^{S1} \rangle}{P_n^{S1}} \quad (2-40)$$

$$\forall p \in [1, N_{S2}]: \quad S_{ps}^{23} = \sum_{r=1}^{N_D} (\delta_{rs} + S_{rs}^{33}) \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_p^{S2} \rangle}{P_p^{S2}} \quad (2-41)$$

$$\forall q \in [N_{S2}+1, N_{S2}+P_{S2}]: \quad V_{qs}^{23} = \sum_{r=1}^{N_D} (\delta_{rs} + S_{rs}^{33}) \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_q^{S2} \rangle}{P_q^{S2}} \quad (2-42)$$

$$\begin{aligned} \forall r \in [1, N_D]: \\ - \sum_{m=1}^{N_{S1}} S_{ms}^{13} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_m^{S1} \rangle^*}{P_r^{D*}} + \sum_{n=N_{S1}+1}^{N_{S1}+P_{S1}} I_{ns}^{13} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_n^{S1} \rangle^*}{P_r^{D*}} \\ - \sum_{p=1}^{N_{S2}} S_{ps}^{23} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_p^{S2} \rangle^*}{P_r^{D*}} + \sum_{q=N_{S2}+1}^{N_{S2}+P_{S2}} I_{qs}^{23} \frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_q^{S2} \rangle^*}{P_r^{D*}} + (\delta_{rs} - S_{rs}^{33}) = 0 \end{aligned} \quad (2-43)$$

On introduit les matrices de produit scalaire suivantes, ainsi que la matrice identité :

$$\begin{aligned} P_1 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_m^{S1} \rangle}{P_m^{S1}} \right)_{m \in [1, N_{S1}], r \in [1, N_D]} & P_2 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_n^{S1} \rangle}{P_n^{S1}} \right)_{n \in [N_{S1}+1, N_{S1}+P_{S1}], r \in [1, N_D]} \\ P_3 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_p^{S2} \rangle}{P_p^{S2}} \right)_{p \in [1, N_{S2}], r \in [1, N_D]} & P_4 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_q^{S2} \rangle}{P_q^{S2}} \right)_{q \in [N_{S2}+1, N_{S2}+P_{S2}], r \in [1, N_D]} \\ P_5 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_m^{S1} \rangle^*}{P_r^{D*}} \right)_{r \in [1, N_D], m \in [1, N_{S1}]} & P_6 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_n^{S1} \rangle^*}{P_r^{D*}} \right)_{r \in [1, N_D], n \in [N_{S1}+1, N_{S1}+P_{S1}]} \\ P_7 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_p^{S2} \rangle^*}{P_r^{D*}} \right)_{r \in [1, N_D], p \in [1, N_{S2}]} & P_8 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_r^D, \vec{J}_q^{S2} \rangle^*}{P_r^{D*}} \right)_{r \in [1, N_D], q \in [N_{S2}+1, N_{S2}+P_{S2}]} \\ Id_N &= (\delta_{ij})_{i \in [1, N], j \in [1, N]} \end{aligned} \quad (2-44)$$

Les équations (2-29) à (2-43) forment le système matriciel suivant :

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[\begin{array}{c|c|c} Id_{N_{S1}} + S_{11}^H & S_{12}^H & S_{13}^H \\ \hline S_{21}^H & Id_{N_{S2}} + S_{22}^H & S_{23}^H \\ \hline \end{array} \right] = \begin{bmatrix} P_1 \\ \hline P_3 \end{bmatrix} \cdot \left[S_{31}^H \mid S_{32}^H \mid Id_{N_D} + S_{33}^H \right] \\ & \left[\begin{array}{c|c|c} V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ \hline V_{21} & V_{22} & V_{23} \end{array} \right] = \begin{bmatrix} P_2 \\ \hline P_4 \end{bmatrix} \cdot \left[S_{31}^H \mid S_{32}^H \mid Id_{N_D} + S_{33}^H \right] \\ & \left[S_{31}^H \mid S_{32}^H \mid -Id_{N_D} + S_{33}^H \right] = P_5 \cdot \left[Id_{N_{S1}} - S_{11}^H \mid -S_{12}^H \mid -S_{13}^H \right] \\ & + P_6 \cdot \left[I_{11} \mid I_{12} \mid I_{13} \right] + P_7 \cdot \left[-S_{21}^H \mid Id_{N_{S2}} - S_{22}^H \mid -S_{23}^H \right] + P_8 \cdot \left[I_{21} \mid I_{22} \mid I_{23} \right] \end{aligned} \right. \quad (2-45)$$

Les modes passifs de S_1 et S_2 se comportent comme s'ils étaient contenus dans des sections cylindriques infinies et sans source, compte tenu de leur évanescence au travers des épaisseurs h_1 et h_2 . Les ondes incidentes portées par les modes passifs sont donc nulles, et on a la relation suivante entre les coefficients en courant et tension :

$$a = 0 \quad \Rightarrow \quad V = -I \quad (2-46)$$

Ceci se traduit par l'équation matricielle suivante :

$$\left[\begin{array}{c|c|c} V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ \hline V_{21} & V_{22} & V_{23} \end{array} \right] = - \left[\begin{array}{c|c|c} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ \hline I_{21} & I_{22} & I_{23} \end{array} \right] \quad (2-47)$$

La résolution du système formé par (2-45) et (2-47) donne l'expression des blocs du multipôle d'hybridation SCT/DDM :

$$S^H = \begin{bmatrix} S_{11}^H & S_{12}^H & S_{13}^H \\ S_{21}^H & S_{22}^H & S_{23}^H \\ S_{31}^H & S_{32}^H & S_{33}^H \end{bmatrix}$$

$$S_{11}^H = P_1 \cdot (Id_{N_D} + P_5 \cdot P_1 + P_6 \cdot P_2 + P_7 \cdot P_3 + P_8 \cdot P_4)^{-1} \cdot 2P_5 - Id_{N_{S1}} \quad (2-48)$$

$$S_{12}^H = P_1 \cdot (Id_{N_D} + P_5 \cdot P_1 + P_6 \cdot P_2 + P_7 \cdot P_3 + P_8 \cdot P_4)^{-1} \cdot 2P_7 \quad (2-49)$$

$$S_{13}^H = P_1 \cdot [Id_{N_D} + (Id_{N_D} + P_5 \cdot P_1 + P_6 \cdot P_2 + P_7 \cdot P_3 + P_8 \cdot P_4)^{-1} \cdot (Id_{N_D} - P_5 \cdot P_1 - P_6 \cdot P_2 - P_7 \cdot P_3 - P_8 \cdot P_4)] \quad (2-50)$$

$$S_{21}^H = P_3 \cdot (Id_{N_D} + P_5 \cdot P_1 + P_6 \cdot P_2 + P_7 \cdot P_3 + P_8 \cdot P_4)^{-1} \cdot 2P_5 \quad (2-51)$$

$$S_{22}^H = P_3 \cdot (Id_{N_D} + P_5 \cdot P_1 + P_6 \cdot P_2 + P_7 \cdot P_3 + P_8 \cdot P_4)^{-1} \cdot 2P_7 - Id_{N_{S2}} \quad (2-52)$$

$$S_{23}^H = P_3 \cdot [Id_{N_D} + (Id_{N_D} + P_5 \cdot P_1 + P_6 \cdot P_2 + P_7 \cdot P_3 + P_8 \cdot P_4)^{-1} \cdot (Id_{N_D} - P_5 \cdot P_1 - P_6 \cdot P_2 - P_7 \cdot P_3 - P_8 \cdot P_4)] \quad (2-53)$$

$$S_{31}^H = (Id_{N_D} + P_5 \cdot P_1 + P_6 \cdot P_2 + P_7 \cdot P_3 + P_8 \cdot P_4)^{-1} \cdot 2P_5 \quad (2-54)$$

$$S_{32}^H = (Id_{N_D} + P_5 \cdot P_1 + P_6 \cdot P_2 + P_7 \cdot P_3 + P_8 \cdot P_4)^{-1} \cdot 2P_7 \quad (2-55)$$

$$S_{33}^H = (Id_{N_D} + P_5 \cdot P_1 + P_6 \cdot P_2 + P_7 \cdot P_3 + P_8 \cdot P_4)^{-1} \cdot (Id_{N_D} - P_5 \cdot P_1 - P_6 \cdot P_2 - P_7 \cdot P_3 - P_8 \cdot P_4) \quad (2-56)$$

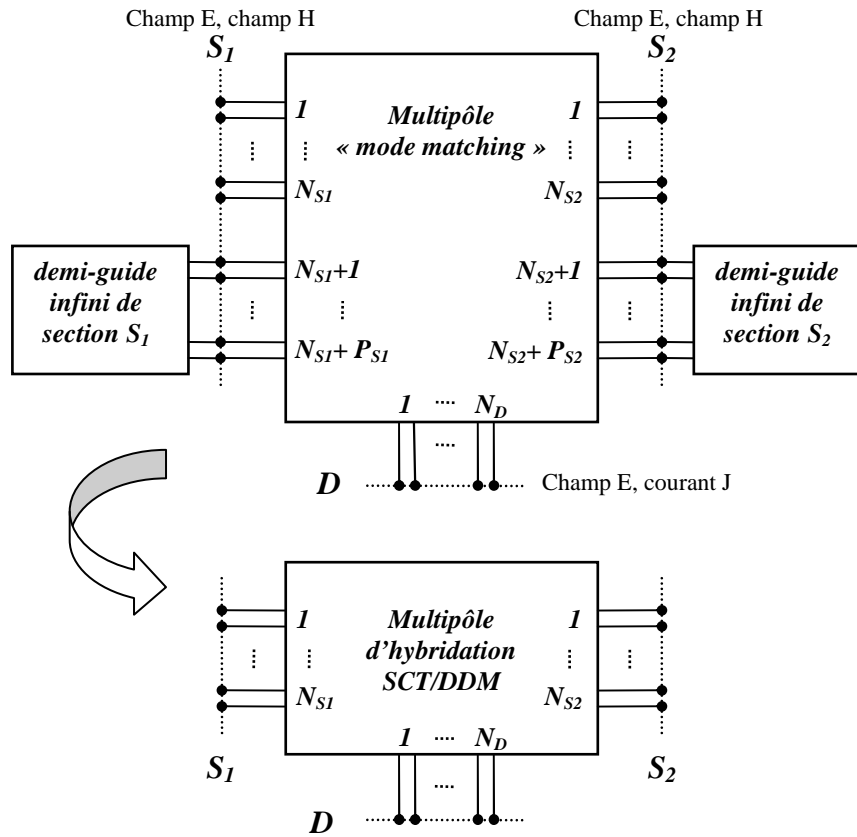


Figure 2-5 Représentation du multipôle d'hybridation SCT/DDM

On a obtenu la matrice de diffraction généralisée liant les modes actifs des interfaces S_1 , S_2 et D . Cette expression dépend des cinq paramètres suivants :

- N_{S1} : Nombre de modes actifs sur S_1
- P_{S1} : Nombre de modes passifs supplémentaires sur S_1
- N_{S2} : Nombre de modes actifs sur S_2
- P_{S2} : Nombre de modes passifs supplémentaires sur S_2
- N_D : Nombre de modes actifs sur D

Lorsque les épaisseurs h_1 et h_2 sont connues, le nombre de modes actifs sur S_1 et S_2 peut être déterminé a priori compte tenu de la décroissance exponentielle des modes évanescents. Une fois N_{S1} et N_{S2} fixés, on choisit N_D de manière à ce que l'espace vectoriel (EV) engendré par les modes actifs de D contienne l'EV formé par la réunion des modes actifs de S_1 d'une part, et de S_2 d'autre part, projetés sur D . Enfin, on enrichit les bases de S_1 et S_2 par des modes passifs afin d'inclure l'EV engendré par les modes actifs de D . Nous verrons que la longueur d'onde de coupure donne une indication du nombre de modes nécessaires.

Dans le cas particulier où S_1 , S_2 et D sont homogènes, et identiques en termes de géométrie et de conditions aux limites, il existe une correspondance immédiate entre les modes d'où :

$$\begin{aligned} N_D &= \max(N_{S1}, N_{S2}) \\ P_{S1} &= \max(N_{S1}, N_{S2}) - N_{S1} \\ P_{S2} &= \max(N_{S1}, N_{S2}) - N_{S2} \end{aligned} \tag{2-57}$$

2.2.2 Multipôle de changement d'échelle

La formulation des interactions entre échelles successives ressemble fortement à un calcul par la technique de mode matching. Le raisonnement étant identique quelque soit l'échelle, nous noterons D le domaine et $sD(i)$ (avec $1 \leq i \leq J$) ses sous-domaines. On note N_D et $N_{sD(i)}$ le nombre de modes actifs respectivement sur D et $sD(i)$. Le complémentaire des sous domaines dans D doit être homogène, au choix métallique ou isolant.

i. Formulation avec complémentaire métallique

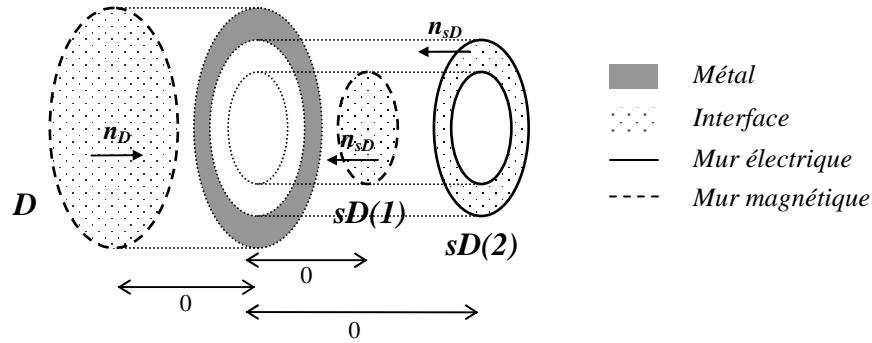


Figure 2-6 Représentation du domaine, et de ses sous-domaines entourés de métal

La Figure 2-6 montre le découpage d'un domaine en sous-domaines, de complémentaire métallique. La superposition locale des interfaces D et $sD(i)$ ($1 \leq i \leq J$) se traduit par les conditions suivantes sur le champ électrique tangentiel et la densité surfacique de courant :

$$\text{Sur } D : \quad \vec{E}_T^D = \begin{cases} \vec{E}_T^{sD(i)} & \text{sur } sD(i), 1 \leq i \leq J \\ \vec{0} & \text{sur } D - \bigcup_{i=1}^J sD(i) \end{cases} \quad (2-58)$$

$$\text{Sur } sD(i), 1 \leq i \leq J : \quad \vec{J}_C^D + \vec{J}_C^{sD(i)} = \vec{0} \quad (2-59)$$

On développe les équations (2-58) et (2-59) sur les bases des interfaces D et $sD(i)$:

$$\text{Sur } D : \quad \sum_{m=1}^{N_D} (a_m^D + b_m^D) \vec{E}_m^D + \sum_{n=N_D+1}^{N_D+P_D} V_n^D \vec{E}_n^D = \begin{cases} \sum_{i=1}^J \left(\sum_{p=1}^{N_{sD(i)}} (a_p^{sD(i)} + b_p^{sD(i)}) \vec{E}_p^{sD(i)} \right) & \text{sur } sD \\ \vec{0} & \text{sur } D - sD \end{cases} \quad (2-60)$$

$$\text{Sur } sD : \quad \sum_{m=1}^{N_D} (a_m^D - b_m^D) \vec{J}_m^D + \sum_{n=N_D+1}^{N_D+P_D} I_n^D \vec{J}_n^D + \sum_{i=1}^J \left(\sum_{p=1}^{N_{sD(i)}} (a_p^{sD(i)} - b_p^{sD(i)}) \vec{J}_p^{sD(i)} \right) = \vec{0} \quad (2-61)$$

Pour simplifier les notations, on juxtapose les bases des sous domaines et on définit :

$$sD = \bigcup_{i=1}^J sD(i) \quad N_{sD} = \sum_{i=1}^J N_{sD(i)} \quad (2-62)$$

On projette (2-60) sur les modes actifs et passifs de D :

$$\forall m \in [1, N_D]: \quad (a_m^D + b_m^D) = \sum_{p=1}^{N_{sD}} (a_p^{sD} + b_p^{sD}) \frac{\langle \vec{E}_p^{sD}, \vec{J}_m^D \rangle}{P_m^D} \quad (2-63)$$

$$\forall n \in [N_D + 1, N_D + P_D]: \quad V_n^D = \sum_{p=1}^{N_{sD}} (a_p^{sD} + b_p^{sD}) \frac{\langle \vec{E}_p^{sD}, \vec{J}_n^D \rangle}{P_n^D} \quad (2-64)$$

On projette (2-61) sur les modes actifs de sD :

$$\forall p \in [1, N_{sD}]: \quad \sum_{m=1}^{N_D} (a_m^D - b_m^D) \left(\frac{\langle \vec{E}_p^{sD}, \vec{J}_m^D \rangle}{P_p^{sD}} \right)^* + \sum_{n=N_D+1}^{N_D+P_D} I_n^D \left(\frac{\langle \vec{E}_p^{sD}, \vec{J}_n^D \rangle}{P_p^{sD}} \right)^* + (a_p^{sD} - b_p^{sD}) = 0 \quad (2-65)$$

On définit le *multipôle de changement d'échelle*, liant les modes actifs de D à ceux des sous-domaines sD . Les interfaces du multipôle de changement d'échelle correspondent dans l'ordre à D et sD , sD pouvant à son tour être décomposés en J interfaces. On note cette matrice 2x2 par blocs comme suit :

$$S^{CE} = \begin{bmatrix} S_{11}^{CE} & S_{12}^{CE} \\ S_{21}^{CE} & S_{22}^{CE} \end{bmatrix} \quad (2-66)$$

En « allumant » successivement chaque mode actif de D , on fait apparaître les coefficients de diffraction du multipôle de changement d'échelle : $\forall s \in [1, N_D]$,

$$\forall j \in [1, N_D]: \quad (\delta_{js} + S_{js}^{11}) = \sum_{p=1}^{N_{sD}} S_{ps}^{21} \frac{\langle \vec{E}_p^{sD}, \vec{J}_j^D \rangle}{P_j^D} \quad (2-67)$$

$$\forall k \in [N_D + 1, N_D + P_D]: \quad V_{ks}^{11} = \sum_{p=1}^{N_{sD}} S_{ps}^{21} \frac{\langle \vec{E}_p^{sD}, \vec{J}_k^D \rangle}{P_k^D} \quad (2-68)$$

$$\forall l \in [1, N_{sD}]: \quad \sum_{m=1}^{N_D} (\delta_{ms} - S_{ms}^{11}) \left(\frac{\langle \vec{E}_l^{sD}, \vec{J}_m^D \rangle}{P_l^{sD}} \right)^* + \sum_{n=N_D+1}^{N_D+P_D} I_{ns}^{11} \left(\frac{\langle \vec{E}_l^{sD}, \vec{J}_n^D \rangle}{P_l^{sD}} \right)^* - S_{ls}^{21} = 0 \quad (2-69)$$

De même en allumant un à un les modes actifs de sD : $\forall s \in [1, N_{sD}]$

$$\forall j \in [1, N_D]: \quad S_{js}^{12} = \sum_{p=1}^{N_{sD}} (\delta_{ps} + S_{ps}^{22}) \frac{\langle \vec{E}_p^{sD}, \vec{J}_j^D \rangle}{P_j^D} \quad (2-70)$$

$$\forall k \in [N_D + 1, N_D + P_D]: \quad V_{ks}^{12} = \sum_{p=1}^{N_{sD}} (\delta_{ps} + S_{ps}^{22}) \frac{\langle \vec{E}_p^{sD}, \vec{J}_k^D \rangle}{P_k^D} \quad (2-71)$$

$$\forall l \in [1, N_{sD}]: \quad \sum_{m=1}^{N_D} (-S_{ms}^{12}) \left(\frac{\langle \vec{E}_l^{sD}, \vec{J}_m^D \rangle}{P_l^{sD}} \right)^* + \sum_{n=N_D+1}^{N_D+P_D} I_{ns}^{12} \left(\frac{\langle \vec{E}_l^{sD}, \vec{J}_n^D \rangle}{P_l^{sD}} \right)^* + (\delta_{ls} - S_{ls}^{22}) = 0 \quad (2-72)$$

On définit les matrices de produit scalaire suivantes :

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_p^{sD}, \vec{J}_m^D \rangle}{P_m^D} \right)_{m \in [1, N_D], p \in [1, N_{sD}]} & Q_2 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_p^{sD}, \vec{J}_n^D \rangle}{P_n^D} \right)_{n \in [N_D+1, N_D+P_D], p \in [1, N_{sD}]} \\
 Q_3 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_p^{sD}, \vec{J}_m^D \rangle^*}{P_p^{sD*}} \right)_{p \in [1, N_{sD}], m \in [1, N_D]} & Q_4 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_p^{sD}, \vec{J}_n^D \rangle^*}{P_p^{sD*}} \right)_{p \in [1, N_{sD}], n \in [N_D+1, N_D+P_D]}
 \end{aligned} \tag{2-73}$$

Les équations de (2-67) à (2-72) donnent le système suivant :

$$\begin{cases} [Id_{N_D} + S_{11} \mid S_{12}] = Q_1 \cdot [S_{21} \mid Id_{N_{sD}} + S_{22}] \\ [V_{11} \mid V_{12}] = Q_2 \cdot [S_{21} \mid Id_{N_{sD}} + S_{22}] \\ -Q_3 \cdot [S_{11} - Id_{N_D} \mid S_{12}] + Q_4 \cdot [I_{11} \mid I_{12}] = [S_{21} \mid S_{22} - Id_{N_{sD}}] \end{cases} \tag{2-74}$$

La technique par changement d'échelle fait l'hypothèse que les modes passifs de l'échelle D se comportent comme s'ils étaient confinés dans un guide local appelé « guide virtuel », dans lequel ils seraient évanescents. Les coefficients en tension et courant des modes passifs de D sont donc liés par un opérateur admittance $Y_{virtuel}$ dépendant des propriétés du guide virtuel. Le calcul de l'opérateur admittance sera traité dans la section 2.2.2 iii.

$$\begin{bmatrix} I_{N_D+1}^D \\ \vdots \\ I_{N_D+P_D}^D \end{bmatrix} = Y_{virtuel} \cdot \begin{bmatrix} V_{N_D+1}^D \\ \vdots \\ V_{N_D+P_D}^D \end{bmatrix} \tag{2-75}$$

La relation (2-75) se traduit par le système matriciel suivant :

$$[I_{11} \mid I_{12}] = Y_{virtuel} \cdot [V_{11} \mid V_{12}] \tag{2-76}$$

Les systèmes (2-74) et (2-75) permettent d'obtenir la matrice de diffraction du réseau de changement d'échelle qui vaut finalement :

$$S^{CE} = \begin{bmatrix} S_{11}^{CE} & S_{12}^{CE} \\ S_{21}^{CE} & S_{22}^{CE} \end{bmatrix}$$

$$S_{11}^{CE} = Q_1 \cdot (Id_{N_{sD}} + Q_3 \cdot Q_1 - Q_4 \cdot Y_{virtuel} \cdot Q_2)^{-1} \cdot 2Q_3 - Id_{N_D} \tag{2-77}$$

$$S_{12}^{CE} = Q_1 \cdot (Id_{N_{sD}} + (Id_{N_{sD}} + Q_3 \cdot Q_1 - Q_4 \cdot Y_{virtuel} \cdot Q_2)^{-1} \cdot (Id_{N_{sD}} - Q_3 \cdot Q_1 + Q_4 \cdot Y_{virtuel} \cdot Q_2)) \tag{2-78}$$

$$S_{21}^{CE} = (Id_{N_{sD}} + Q_3 \cdot Q_1 - Q_4 \cdot Y_{virtuel} \cdot Q_2)^{-1} \cdot 2Q_3 \tag{2-79}$$

$$S_{22}^{CE} = (Id_{N_{sD}} + Q_3 \cdot Q_1 - Q_4 \cdot Y_{virtuel} \cdot Q_2)^{-1} \cdot (Id_{N_{sD}} - Q_3 \cdot Q_1 + Q_4 \cdot Y_{virtuel} \cdot Q_2) \tag{2-80}$$

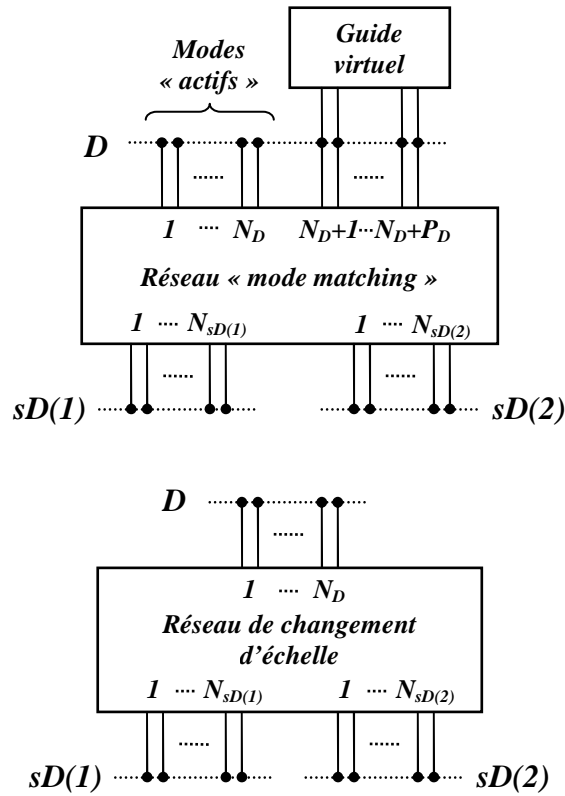


Figure 2-7 Représentation du réseau de changement d'échelle

ii. Formulation avec complémentaire diélectrique

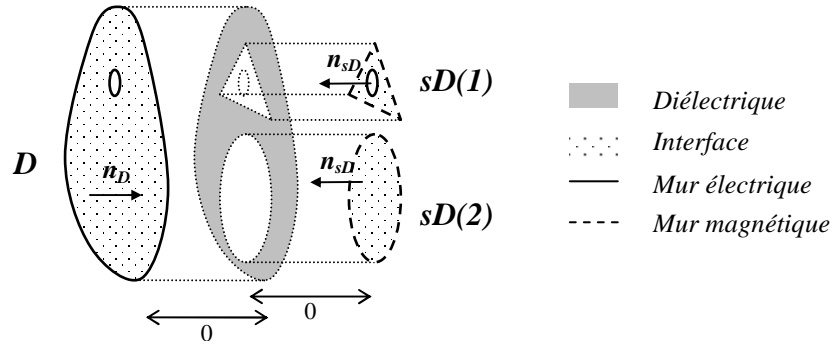


Figure 2-8 Représentation du domaine, et de ses sous-domaines entourés de diélectrique

Les conditions aux limites s'écrivent dans ce cas :

$$\text{Sur } D : \quad \vec{J}_C^D = \begin{cases} -\vec{J}_C^{sD(i)} & \text{sur } sD(i), 1 \leq i \leq J \\ \vec{0} & \text{sur } D - \bigcup_{i=1}^J sD(i) \end{cases} \quad (2-81)$$

$$\text{Sur } sD(i), 1 \leq i \leq J : \quad \vec{E}_T^D = \vec{E}_T^{sD(i)} \quad (2-82)$$

On définit les matrices de produit scalaire suivantes:

$$\begin{aligned}
 Q_5 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_m^D, \vec{J}_p^{sD} \rangle^*}{P_m^{D*}} \right)_{m \in [1, N_D], p \in [1, N_{sD}]} \\
 Q_6 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_n^D, \vec{J}_p^{sD} \rangle^*}{P_n^{D*}} \right)_{n \in [N_D+1, N_D+P_D], p \in [1, N_{sD}]} \\
 Q_7 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_m^D, \vec{J}_p^{sD} \rangle}{P_p^{sD}} \right)_{p \in [1, N_{sD}], m \in [1, N_D]} \\
 Q_8 &= \left(\frac{\langle \vec{E}_n^D, \vec{J}_p^{sD} \rangle}{P_p^{sD}} \right)_{p \in [1, N_{sD}], n \in [N_D+1, N_D+P_D]}
 \end{aligned} \tag{2-83}$$

Par un calcul analogue au précédent, on détermine l'expression des blocs de la matrice de diffraction du réseau de changement d'échelle dans le cas d'un complémentaire diélectrique :

$$S^{CE} = \begin{bmatrix} S_{11}^{CE} & S_{12}^{CE} \\ S_{21}^{CE} & S_{22}^{CE} \end{bmatrix}$$

$$S_{11}^{CE} = Id_{N_D} - Q_5 \cdot (Id_{N_{sD}} + Q_7 \cdot Q_5 - Q_8 \cdot Y_{virtuel} \cdot Q_6)^{-1} \cdot 2Q_7 \tag{2-84}$$

$$S_{12}^{CE} = Q_5 \cdot (Id_{N_{sD}} + (Id_{N_{sD}} + Q_7 \cdot Q_5 - Q_8 \cdot Y_{virtuel} \cdot Q_6)^{-1} \cdot (Id_{N_{sD}} - Q_7 \cdot Q_5 + Q_8 \cdot Y_{virtuel} \cdot Q_6)) \tag{2-85}$$

$$S_{21}^{CE} = (Id_{N_{sD}} + Q_7 \cdot Q_5 - Q_8 \cdot Y_{virtuel} \cdot Q_6)^{-1} \cdot 2Q_7 \tag{2-86}$$

$$S_{22}^{CE} = -(Id_{N_{sD}} + Q_7 \cdot Q_5 - Q_8 \cdot Y_{virtuel} \cdot Q_6)^{-1} \cdot (Id_{N_{sD}} - Q_7 \cdot Q_5 + Q_8 \cdot Y_{virtuel} \cdot Q_6) \tag{2-87}$$

iii. Admittance des modes passifs

On a supposé que les modes passifs d'un domaine ou d'un sous-domaine, quelque soit son échelle, se comportaient comme s'ils étaient contenus dans un « guide virtuel ». Les caractéristiques de ce guide dépendent à la fois des caractéristiques du domaine, et de la connaissance a priori du milieu de part et d'autre de la discontinuité (épaisseurs h_1 et h_2).

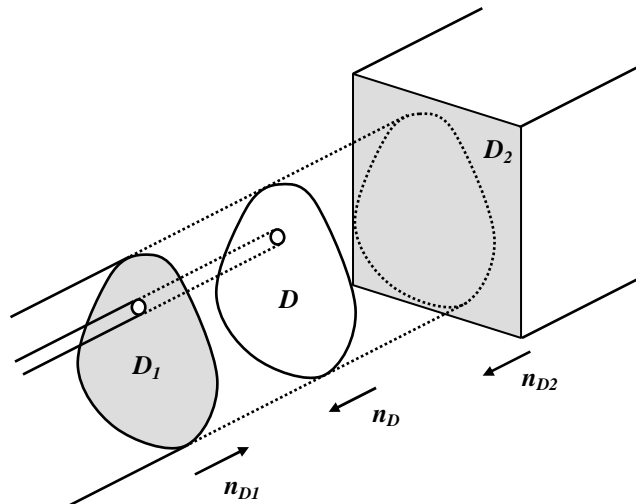


Figure 2-9 Géométrie possible du guide virtuel contenant les modes passifs de D

La Figure 2-9 montre, dans le cas général, la géométrie du guide virtuel contenant les modes passifs d'un domaine D . On définit, de part et d'autre de D , des volumes cylindriques de section D_1 et D_2 , vérifiant nécessairement $D \subset D_1$ et $D \subset D_2$. Noter cependant que dans l'essentiel des applications, on définit $D = D_1 = D_2$. Les conditions aux limites sur les bords de D_1 et D_2 sont généralement calquées sur celles de D . Le milieu choisi de part et d'autre (permittivité, perméabilité) dérive de la connaissance des volumes Ω_1 et Ω_2 au voisinage de la discontinuité. Les conditions vérifiées par les modes passifs de D s'écrivent :

$$\text{Sur } D_1 : \quad \vec{E}_T^{D1} = \begin{cases} \vec{E}_T^D & \text{sur } D \\ \vec{0} & \text{sur } D_1 - D \end{cases} \quad (2-88)$$

$$\text{Sur } D_2 : \quad \vec{E}_T^{D2} = \begin{cases} \vec{E}_T^D & \text{sur } D \\ \vec{0} & \text{sur } D_2 - D \end{cases} \quad (2-89)$$

$$\text{Sur } D : \quad \vec{J}_T^{D1} + \vec{J}_T^{D2} + \vec{J}_C^D = \vec{0} \quad (2-90)$$

Les équations (2-88) et (2-89) supposent la présence de métal sur le complémentaire de D respectivement dans D_1 et D_2 . Développons des champs et courants tangentiels, exprimés dans les équations (2-88), (2-89), et (2-90) sur les modes passifs de D_1 , D_2 et D :

$$\text{Sur } D_1 : \quad \sum_{m=N_{D1}+1}^{N_{D1}+P_{D1}} V_m^{D1} \vec{E}_m^{D1} = \begin{cases} \sum_{p=N_D+1}^{N_D+P_D} V_p^D \vec{E}_p^D & \text{sur } D \\ \vec{0} & \text{sur } D_1 - D \end{cases} \quad (2-91)$$

$$\text{Sur } D_2 : \quad \sum_{n=N_{D2}+1}^{N_{D2}+P_{D2}} V_n^{D2} \vec{E}_n^{D2} = \begin{cases} \sum_{p=N_D+1}^{N_D+P_D} V_p^D \vec{E}_p^D & \text{sur } D \\ \vec{0} & \text{sur } D_2 - D \end{cases} \quad (2-92)$$

$$\text{Sur } D : \quad \sum_{m=N_{D1}+1}^{N_{D1}+P_{D1}} I_m^{D1} \vec{J}_m^{D1} + \sum_{n=N_{D2}+1}^{N_{D2}+P_{D2}} V_n^{D2} \vec{E}_n^{D2} + \sum_{p=N_D+1}^{N_D+P_D} V_p^D \vec{E}_p^D = \vec{0} \quad (2-93)$$

On applique alors la procédure de Galerkin :

$$\forall m \in [N_{D1}+1, N_{D1}+P_{D1}] \quad V_m^{D1} = \sum_{p=N_D+1}^{N_D+P_D} V_p^D \frac{\langle \vec{E}_p^D, \vec{J}_m^{D1} \rangle}{P_m^{D1}} \quad (2-94)$$

$$\forall n \in [N_{D2}+1, N_{D2}+P_{D2}] \quad V_n^{D2} = \sum_{p=N_D+1}^{N_D+P_D} V_p^D \frac{\langle \vec{E}_p^D, \vec{J}_n^{D2} \rangle}{P_n^{D2}} \quad (2-95)$$

$$\forall p \in [N_D+1, N_D+P_D] \quad \sum_{m=N_{D1}+1}^{N_{D1}+P_{D1}} I_m^{D1} \frac{\langle \vec{E}_p^D, \vec{J}_m^{D1} \rangle^*}{P_p^{D1*}} + \sum_{n=N_{D2}+1}^{N_{D2}+P_{D2}} V_n^{D2} \frac{\langle \vec{E}_p^D, \vec{J}_n^{D2} \rangle^*}{P_p^{D2*}} + I_p^D = 0 \quad (2-96)$$

L'hypothèse de guide virtuel se traduit l'annulation des ondes incidentes sur D_1 et D_2 :

$$\begin{aligned} \forall m \in [N_{D1}+1, N_{D1}+P_{D1}], \quad a_m^{D1} = 0 & \Rightarrow V_m^{D1} = -I_m^{D1} \\ \forall n \in [N_{D2}+1, N_{D2}+P_{D2}], \quad a_n^{D2} = 0 & \Rightarrow V_n^{D2} = -I_n^{D2} \end{aligned} \quad (2-97)$$

On définit les matrices et vecteurs suivants :

$$V_{D1} = \begin{bmatrix} V_{N_{D1}+1}^{D1} \\ \vdots \\ V_{N_{D1}+P_{D1}}^{D1} \end{bmatrix} \quad V_{D2} = \begin{bmatrix} V_{N_{D2}+1}^{D2} \\ \vdots \\ V_{N_{D2}+P_{D2}}^{D2} \end{bmatrix} \quad V_D = \begin{bmatrix} V_{N_D+1}^D \\ \vdots \\ V_{N_D+P_D}^D \end{bmatrix} \quad (2-98)$$

$$I_{D1} = \begin{bmatrix} I_{N_{D1}+1}^{D1} \\ \vdots \\ I_{N_{D1}+P_{D1}}^{D1} \end{bmatrix} \quad I_{D2} = \begin{bmatrix} I_{N_{D2}+1}^{D2} \\ \vdots \\ I_{N_{D2}+P_{D2}}^{D2} \end{bmatrix} \quad I_D = \begin{bmatrix} I_{N_D+1}^D \\ \vdots \\ I_{N_D+P_D}^D \end{bmatrix} \quad (2-99)$$

$$\begin{aligned} T_1 &= \left(\frac{\langle \tilde{E}_p^D, \tilde{J}_m^{D1} \rangle}{P_m^{D1}} \right)_{m \in [N_{D1}+1, N_{D1}+P_{D1}], p \in [N_D+1, N_D+P_D]} \\ T_2 &= \left(\frac{\langle \tilde{E}_p^D, \tilde{J}_n^{D2} \rangle}{P_n^{D2}} \right)_{n \in [N_{D2}+1, N_{D2}+P_{D2}], p \in [N_D+1, N_D+P_D]} \\ T_3 &= \left(\frac{\langle \tilde{E}_p^D, \tilde{J}_m^{D1} \rangle^*}{P_p^{D*}} \right)_{p \in [N_D+1, N_D+P_D], m \in [N_{D1}+1, N_{D1}+P_{D1}]} \\ T_4 &= \left(\frac{\langle \tilde{E}_p^D, \tilde{J}_n^{D2} \rangle^*}{P_p^{D*}} \right)_{p \in [N_D+1, N_D+P_D], n \in [N_{D2}+1, N_{D2}+P_{D2}]} \end{aligned} \quad (2-100)$$

Les équations (2-94), (2-95) et (2-96) aboutissent au système matriciel suivant :

$$\begin{cases} V_{D1} = T_1 \cdot V_D \\ V_{D2} = T_2 \cdot V_D \\ T_3 \cdot V_{D1} + T_4 \cdot V_{D2} = I_D \end{cases} \quad (2-101)$$

Finalement nous obtenons l'expression de la matrice admittance des modes passifs de D :

$$I_D = Y_{virtuel} \cdot V_D \quad \text{avec} \quad Y_{virtuel} = T_3 \cdot T_1 + T_4 \cdot T_2 \quad (2-102)$$

2.2.3 Multipôles de fermeture

Les multipôles de fermeture du graphe traduisent la présence de métal ou d'isolant parfait sur les plus petits des sous-domaines. Chaque multipôle de fermeture est caractérisé par une matrice de diffraction généralisée, relative aux modes actifs du sous-domaine, égale à plus ou moins l'identité selon le cas. En effet :

$$\begin{aligned} \text{métal :} \quad & V = 0 \Rightarrow b = -a \quad \text{d'où} \quad S^{metal} = -Id \quad (\text{analogue à un court-circuit}) \\ \text{isolant :} \quad & I = 0 \Rightarrow b = a \quad \text{d'où} \quad S^{isolant} = +Id \quad (\text{analogue à un circuit ouvert}) \end{aligned} \quad (2-103)$$

2.3 Validation de l'algorithme SCT

La technique par changement d'échelle a été implémentée dans l'environnement de calcul électromagnétique de l'ONERA (bibliothèque d'outils PAME). Elle s'appuie sur la représentation des domaines et sous-domaines par des maillages, et fait appel à un générateur numérique de bases modales. L'intérêt majeur du générateur numérique est de s'appliquer à toutes sortes de géométries de domaines.

2.3.1 Iris rectangulaire

Un iris rectangulaire simple a tout d'abord été simulé afin de valider la formulation et l'implémentation de la technique par changement d'échelle. La géométrie de l'iris, le choix des sous-domaines et des conditions aux limites sont représentés sur la Figure 2-10. Les résultats numériques fournis par l'algorithme SCT, en fonction des paramètres de la technique (N_{S1} , N_{S2} , N_D , P_D , N_{sD}), ont été comparés à des résultats de référence. Dans cet exemple, l'application de la technique par changement d'échelle met en jeu un unique changement d'échelle : elle est donc équivalente à une résolution par *mode matching*.

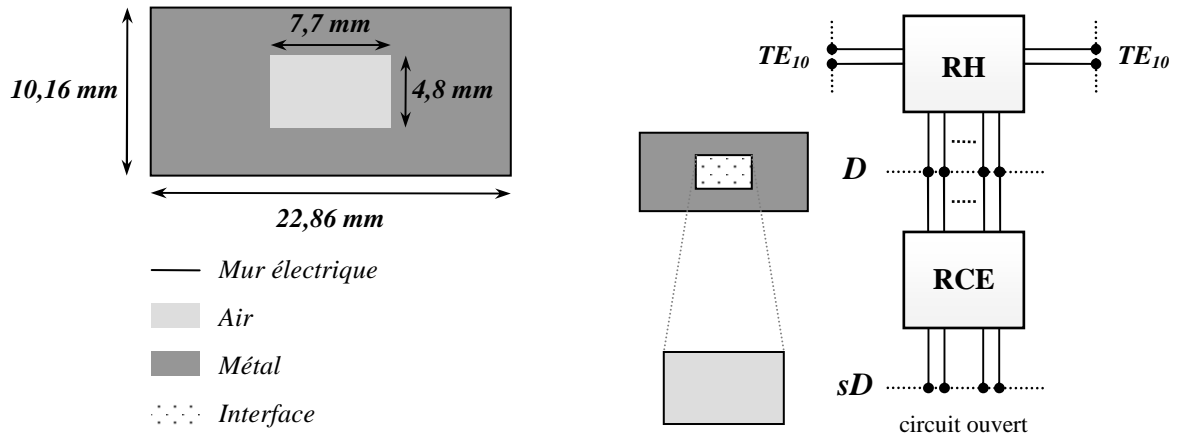


Figure 2-10 Vue longitudinale de l'iris et graphe multi-échelle équivalent

L'iris étant une discontinuité uniaxiale infiniment mince, sans pertes, il peut être modélisé par le circuit équivalent représenté sur la Figure 2-11. On connaît d'après [5] sa susceptance, notée B , définie comme la partie imaginaire de l'admittance de la discontinuité. À partir de la matrice de diffraction calculée par l'algorithme SCT, on peut exprimer B par la relation :

$$B = -2 \frac{\sin(\arg(S_{21}))}{|S_{21}|} \quad (2-104)$$

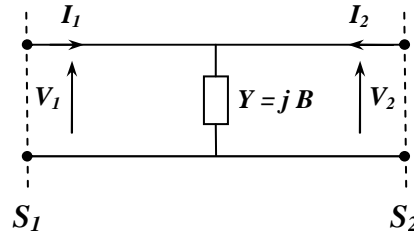


Figure 2-11 Schéma électrique équivalent de l'iris

En supposant l'iris situé dans un guide métallique infini, fonctionnant dans la bande monomode ($\sim 8 - 12 \text{ GHz}$), seul le mode fondamental du guide (TE_{10}) est actif aux interfaces de la discontinuité (S_1, S_2). On a donc :

$$N_{s1} = N_{s2} = N_D = 1 \quad (2-105)$$

Les autres paramètres de la méthode, à savoir le nombre de modes actifs sur sD (N_{sD}) et le nombre de modes passifs sur D (P_D), restent à déterminer. La convergence de la susceptance à 10 GHz a été analysée en fonction de ces deux paramètres. La Figure 2-12 montre la valeur relative de la susceptance obtenue par SCT par rapport à la valeur de référence, exprimée par l'équation (2-106), en fonction des paramètres (N_{sD}, P_D).

$$\text{Valeur relative de } B \text{ à } 10 \text{ GHz} (N_{sD}, P_D) = \frac{B_{SCT}^{10\text{GHz}}(N_{sD}, P_D)}{B_{Ref}^{10\text{GHz}}} \quad (2-106)$$

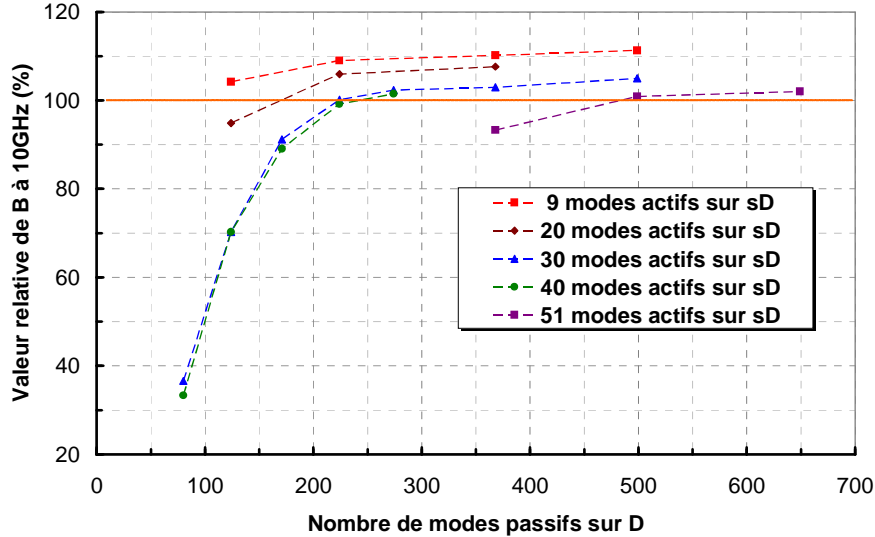


Figure 2-12 Convergence du calcul de l'iris par SCT à 10 GHz

Les résultats obtenus concordent parfaitement à de précédentes études de convergence par la technique de *mode matching* [6]. Le nombre de modes actifs sur le sous-domaine (N_{sD}) étant fixé, on observe que le résultat se stabilise lorsqu'on enrichit la base de D ($1+P_D$). On interprète cette convergence par le fait que l'espace vectoriel (EV) engendré sur sD par la base des modes de D tend à inclure l'EV formé par les modes actifs de sD . La précision du résultat à la convergence s'améliore avec le nombre de modes dans l'ouverture (N_{sD}).

N_{sD}	P_D à la convergence	$\lambda_c(sD)$ (mm)	$\lambda_c(D)$ (mm)	$\lambda_c(sD) / \lambda_c(D)$	Écart relatif sur B (%)
9	224	4,84	2,54	1,91	9
20	224	3,49	2,54	1,37	6
30	274	2,94	2,27	1,30	2,3
40	274	2,40	2,27	1,06	1,5
51	499	2,17	1,70	1,28	1

Tableau 2-1 Conditions de convergence en fonction du nombre de modes actifs sur sD

Le Tableau 2-1 présente, en fonction du nombre de modes dans l'ouverture (N_{sD}), le nombre approximatif de modes sur D ($1+P_D$) nécessaire pour converger. Plus le nombre de modes actifs sur sD est important, plus le nombre de mode nécessaire sur D est élevé. Au delà d'un certain rang, l'ajout de modes passifs supplémentaires sur sD ne modifie pratiquement plus la solution. Ceci s'explique, en termes d'espaces vectoriels, par le fait que la projection de la base de D sur sD a recouvert l'espace vectoriel engendré par les modes actifs de sD .

Les résultats montrent un lien entre le seuil de convergence ($1+P_D$), et la longueur d'onde de coupure des bases modales sur D et sD . En effet, la longueur d'onde de coupure est représentative de la longueur d'ondulation spatiale du champ dans le plan transverse. On constate que la convergence intervient lorsque le rapport des longueurs d'ondes de coupure de sD sur D (colonne 5) est au moins supérieur à 1. On peut donc fixer *a priori* le nombre de modes passifs, afin de vérifier un rapport de longueurs d'ondes compris entre 1,5 et 2.

Enfin, il est intéressant de constater que l'augmentation graduelle du nombre de modes actifs sur sD n'entraîne pas nécessairement une modification du résultat. Il s'agit plutôt d'une convergence « en escalier ». Par exemple, passer de 30 à 40 modes ne change presque pas la solution, alors que passer de 40 à 51 modes change significativement la courbe de convergence. Ceci montre que lorsqu'on enrichit les bases de fonctions d'essai sur le sous-domaine, seul une partie des modes contribue réellement à la solution.

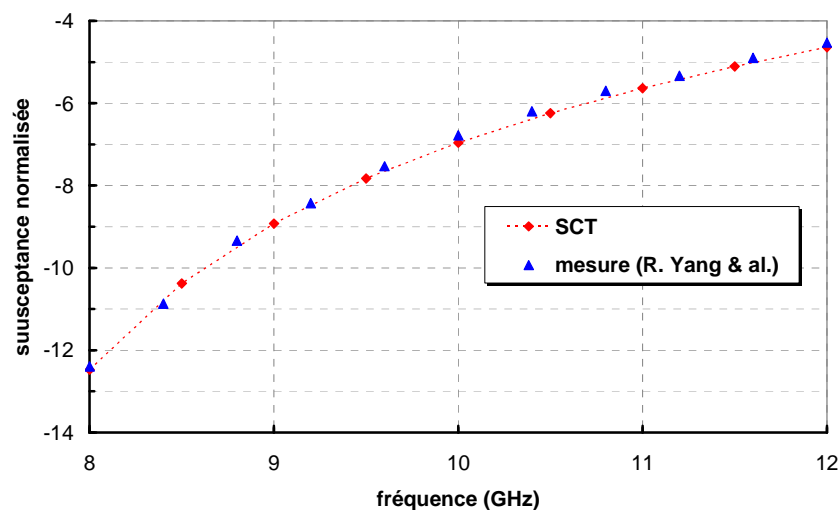


Figure 2-13 Susceptance en fonction de la fréquence

La Figure 2-13 montre la variation de susceptance dans la bande monomode, calculée par SCT ($N_{sD} = 30$, $P_D = 274$) et comparée aux résultats expérimentaux [5]. On obtient une très bonne correspondance sur l'ensemble de la bande.

2.3.2 Anneau circulaire

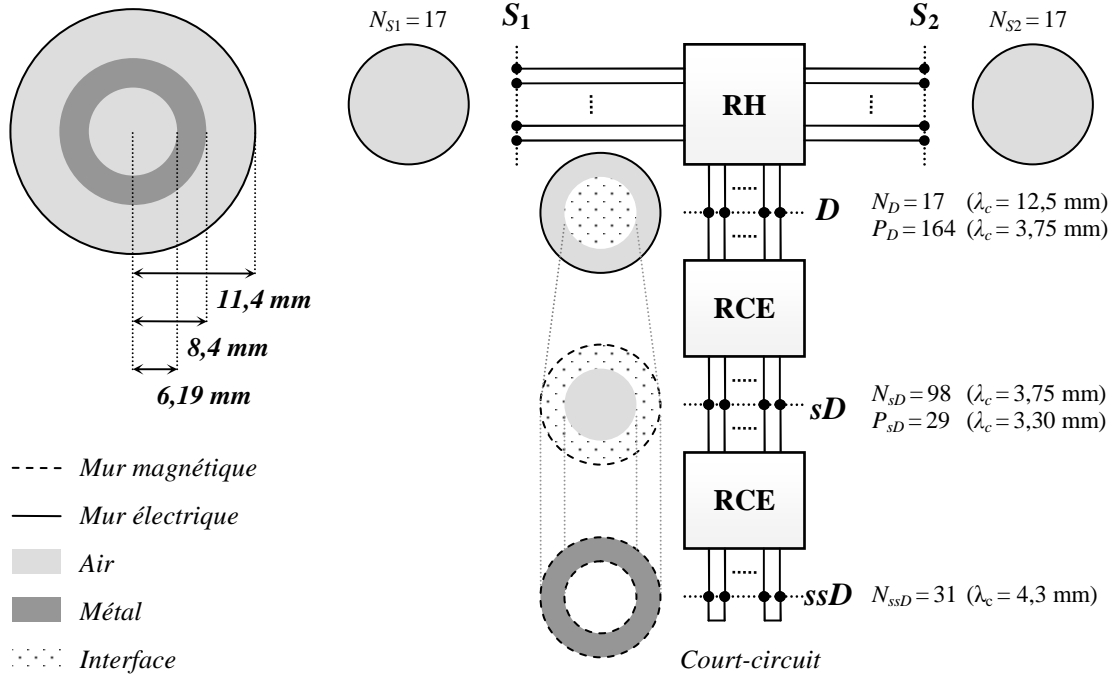


Figure 2-14 Graphe de changement d'échelle de l'anneau

Un anneau métallique, représenté sur la Figure 2-14, a ensuite été simulé par changement d'échelle. Cette application valide l'algorithme SCT lorsque plusieurs multipôles de changement d'échelle sont mis en cascade, avec une grande variété de formes (disque, anneau) et de conditions aux limites dans le choix des sous domaines. On peut noter en particulier la présence du mode TEM sur le sous-domaine ssD .

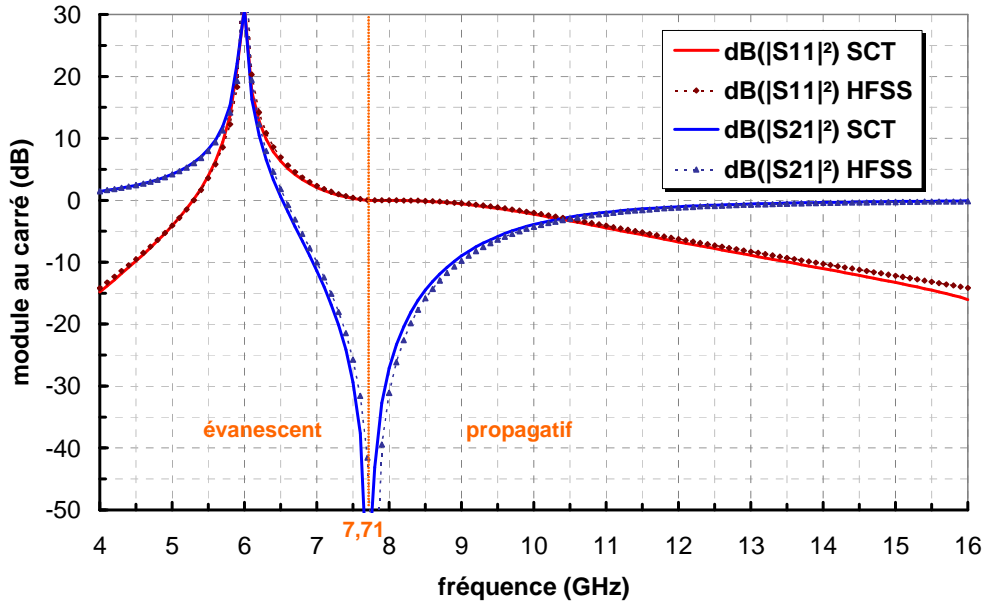


Figure 2-15 Module des coefficients de diffraction de l'anneau (TE_{11}) d'après l'algorithme SCT et HFSS

La Figure 2-15 et la Figure 2-16 montrent respectivement le module et la phase des coefficients de diffraction de l'anneau (mode TE_{11}) à la convergence de l'algorithme SCT, en prenant pour référence les résultats fournis par HFSS. On observe une très bonne précision, sur l'ensemble de la bande, des résultats fournis par l'algorithme SCT.

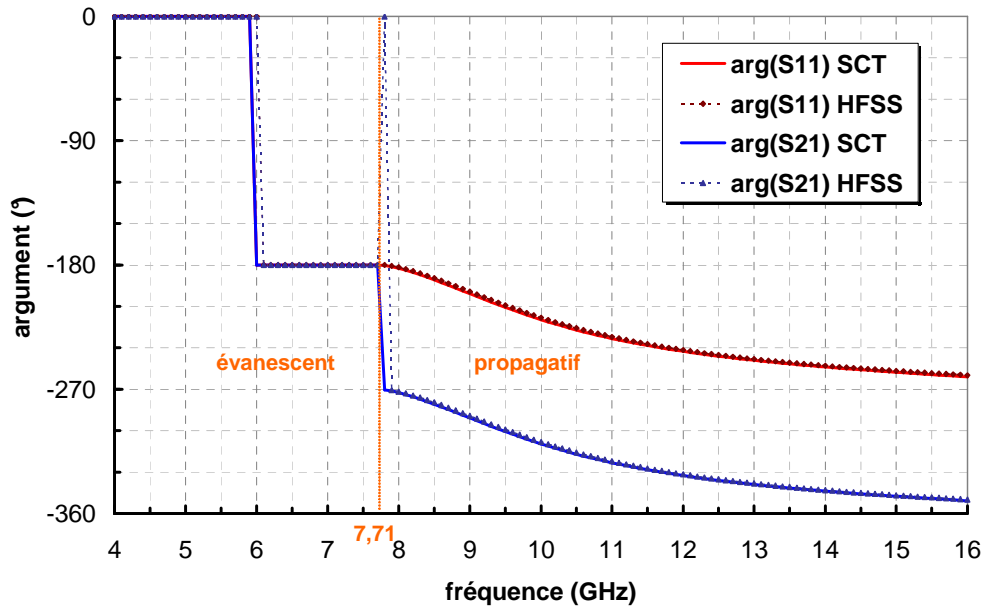


Figure 2-16 Argument des coefficients de diffraction de l'anneau (TE_{11}), calculés par SCT et par HFSS

On observe cependant que une divergence sur la phase à 7,8 GHz entre les deux méthodes. Cette différence s'explique de la manière suivante : entre les deux points de fréquence à 7,7 GHz et 7,8 GHz, interviennent deux phénomènes, la transition du mode TE_{11} de l'état évanescent à l'état propagatif ($f_c = 7,71$ GHz), et une résonance liée au périmètre intérieur de l'anneau (7,713 GHz). Or, HFSS estime la fréquence de coupure du mode entre 7,8 GHz et

7,9 GHz, du fait de la discrétisation du contour de l'interface tout en prédisant la résonance. Or, une résonance sous la coupure se traduit par un changement de signe du coefficient.

On constate que les coefficients de diffraction ne sont pas unitaires sous la fréquence de coupure du mode. Pour comprendre ce phénomène, reprenons l'analogie circuit :

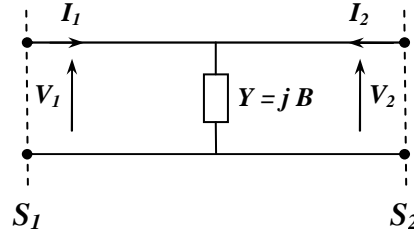


Figure 2-17 Circuit équivalent

Cette divergence s'explique en rappelant la définition des ondes :

$$\underline{a}_1 = \frac{V_1 + \underline{Z}_C \cdot I_1}{2\sqrt{\text{Re}(\underline{Z}_C)}} \quad \underline{b}_1 = \frac{V_1 - \underline{Z}_C^* \cdot I_1}{2\sqrt{\text{Re}(\underline{Z}_C)}} \quad \underline{b}_2 = \frac{V_2 - \underline{Z}_C^* \cdot I_2}{2\sqrt{\text{Re}(\underline{Z}_C)}} \quad (2-107)$$

Les coefficients de diffraction du circuit équivalent s'expriment :

$$S_{11} = \left. \frac{\underline{b}_1}{\underline{a}_1} \right|_{\underline{a}_2=0} = \frac{-1}{1 + j(2Y_C/B)} \quad S_{21} = \left. \frac{\underline{b}_2}{\underline{a}_1} \right|_{\underline{a}_2=0} = \frac{1}{1 - j(B/2Y_C)} \quad (2-108)$$

La condition d'existence d'un pôle est donc :

$$\text{il existe une fréquence } f / \frac{2Y_C(f)}{B(f)} = j \quad (2-109)$$

B étant réel, une condition nécessaire est que Y_C soit imaginaire pur. Or, l'admittance caractéristique du mode est effectivement imaginaire pure sous la fréquence de coupure. Il est donc parfaitement possible d'observer la présence de pôles en deçà de cette fréquence.

2.3.3 Intégration de la SCT dans un graphe DDM

Les modèles SCT, construits en s'appuyant sur les conventions multi-domaine, s'intègrent naturellement au sein de graphes de décomposition de domaine. Ils peuvent être connectés à d'autres sous-volumes, calculés séparément par différentes méthodes électromagnétiques. Pour valider l'intégration de la SCT dans un graphe DDM, on a tout d'abord raccordé un patch circulaire à des sections de guide cylindrique (voir Figure 2-18).

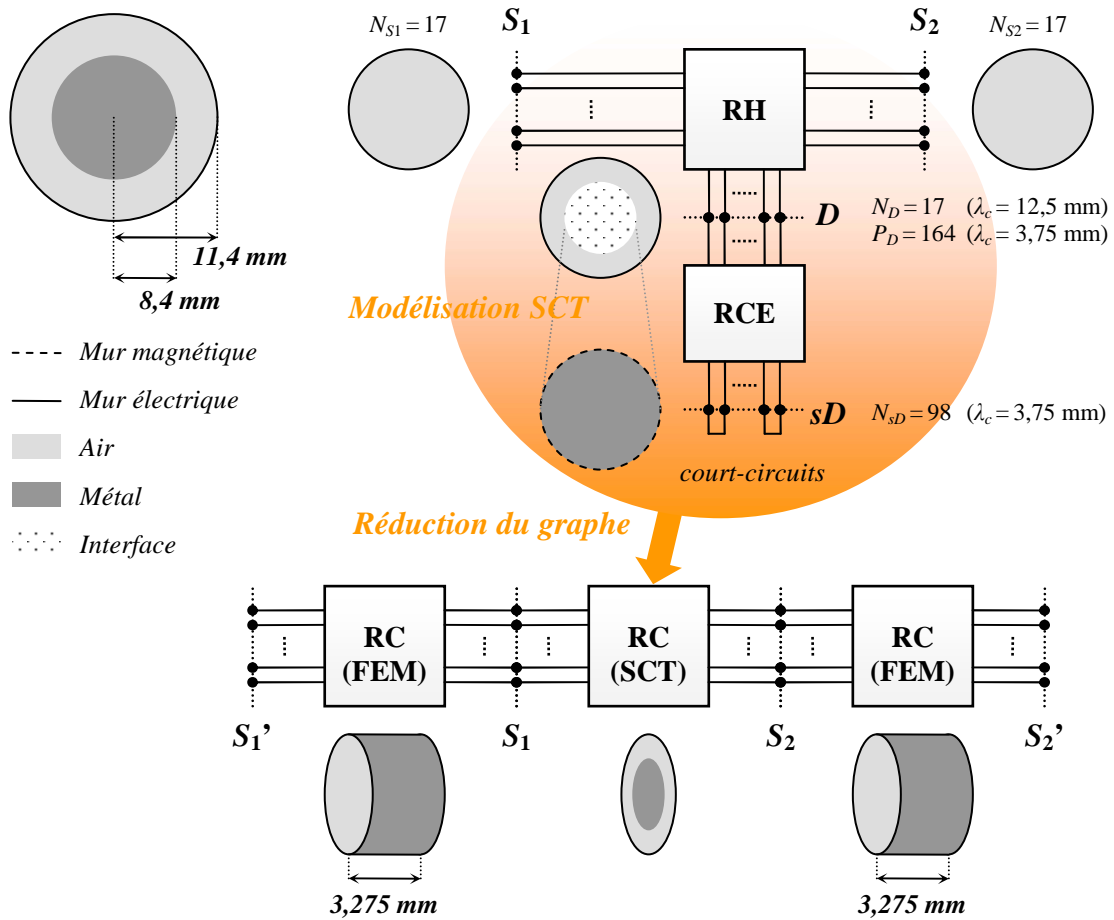


Figure 2-18 Intégration du patch modélisé par SCT dans un graphe multi-domaine

Le compactage du graphe incluant les sections cylindriques, calculés par éléments finis volumique, et le patch calculé par SCT, donne la matrice de diffraction ramenée aux interfaces S_1' et S_2' . L'étude en fréquence des coefficients de diffraction montre une très bonne correspondance entre les résultats obtenus par le couplage SCT / DDM, et ceux obtenus par un calcul direct par éléments finis volumiques sous HFSS (voir Figure 2-19 et Figure 2-20).

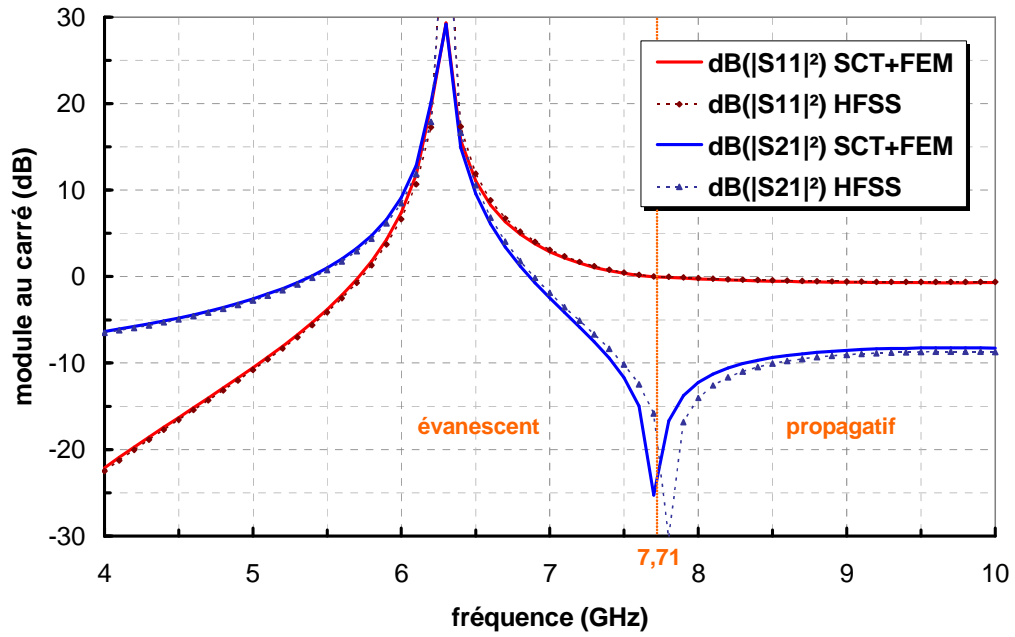


Figure 2-19 Module des coefficients de diffraction calculés par DDM (SCT+FEM) et par HFSS

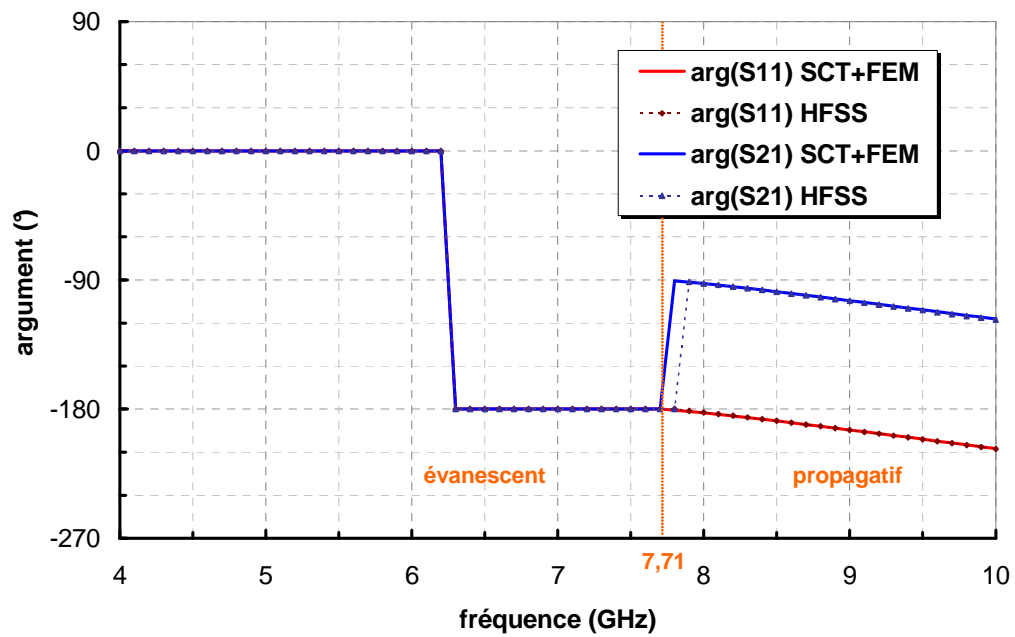


Figure 2-20 Argument des coefficients de diffraction calculés par DDM (SCT+FEM) et par HFSS

2.4 Simulation d'une antenne par SCT/DDM

La technique par changement d'échelle a été appliquée au voisinage d'une ouverture rayonnante (voir Figure 2-21), dans la perspective de simuler des antennes patches dans des cavités. L'antenne est alimentée au niveau de l'interface S_0 par le mode TE_{11} , à la fréquence de $9,8\text{ GHz}$ (bande monomode du guide cylindrique). On propose d'intégrer le patch et l'anneau, modélisés précédemment, au voisinage de l'ouverture en ajustant si nécessaire le nombre de modes sur l'interface S_2 (N_{S2}).

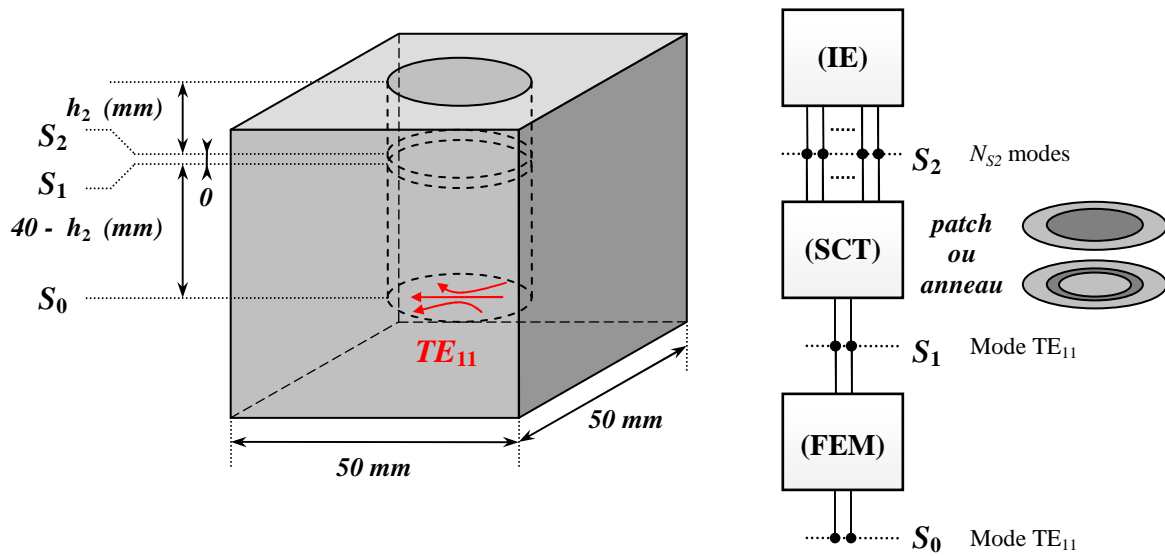


Figure 2-21 Géométrie de l'antenne

2.4.1 Application de la SCT sur une ouverture

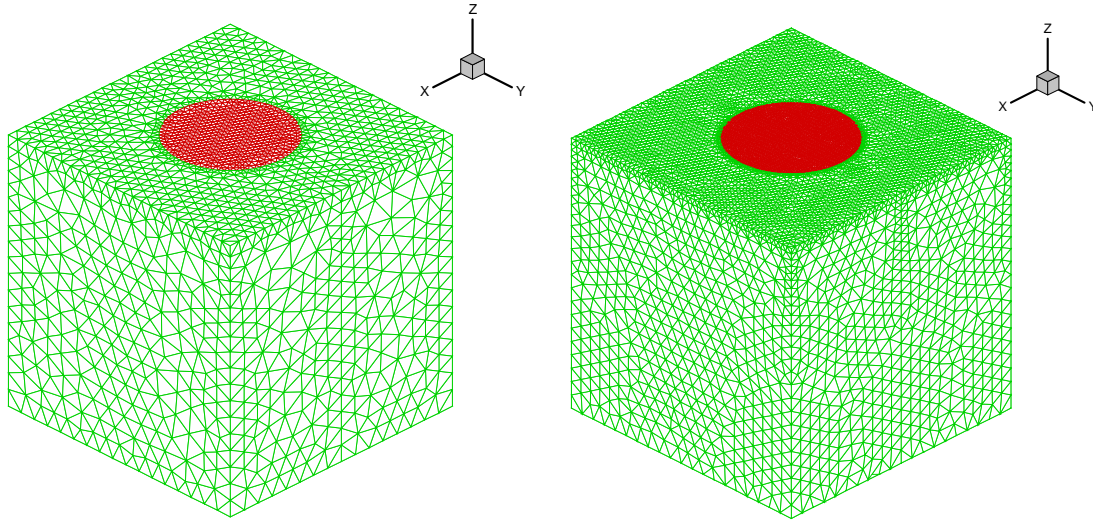


Figure 2-22 Maillage du volume extérieur et de l'interface S_2 (en rouge) pour 10 et 32 modes (gauche), et 98 modes (droite)

Traçons les diagrammes de gain de l'antenne, tout d'abord avec un patch sur l'ouverture, en fonction du nombre de modes actifs sur S_2 (N_{S2}), dans le plan E (voir Figure 2-23) et le plan H (voir Figure 2-24).

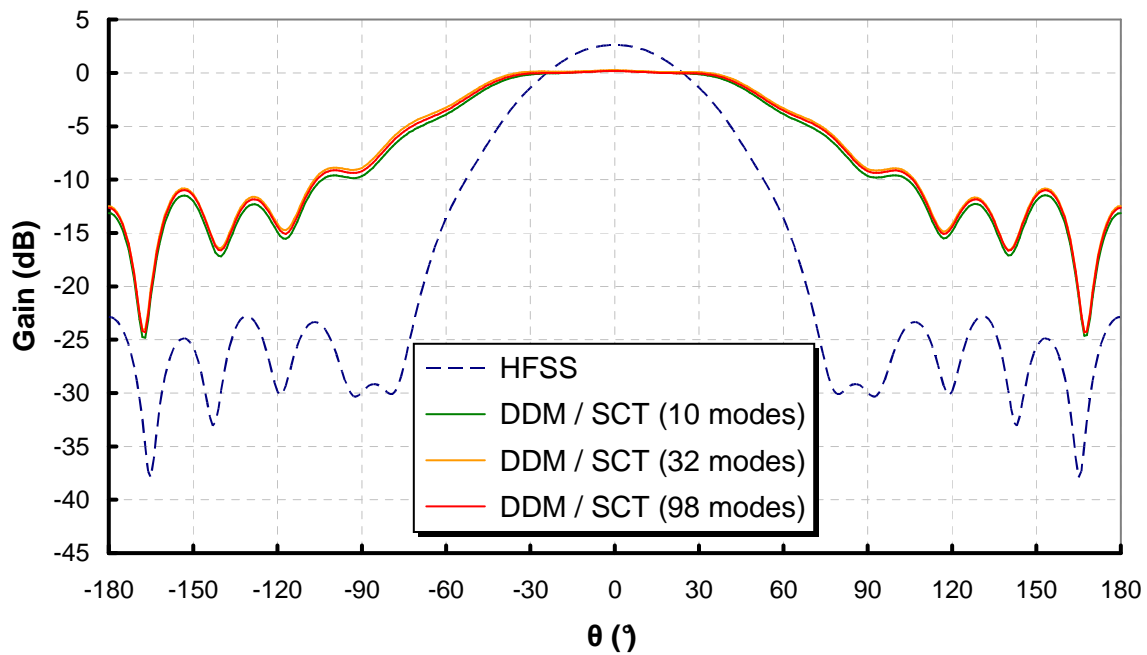


Figure 2-23 Gain de l'antenne avec patch, dans le plan E, en fonction de N_{S2}

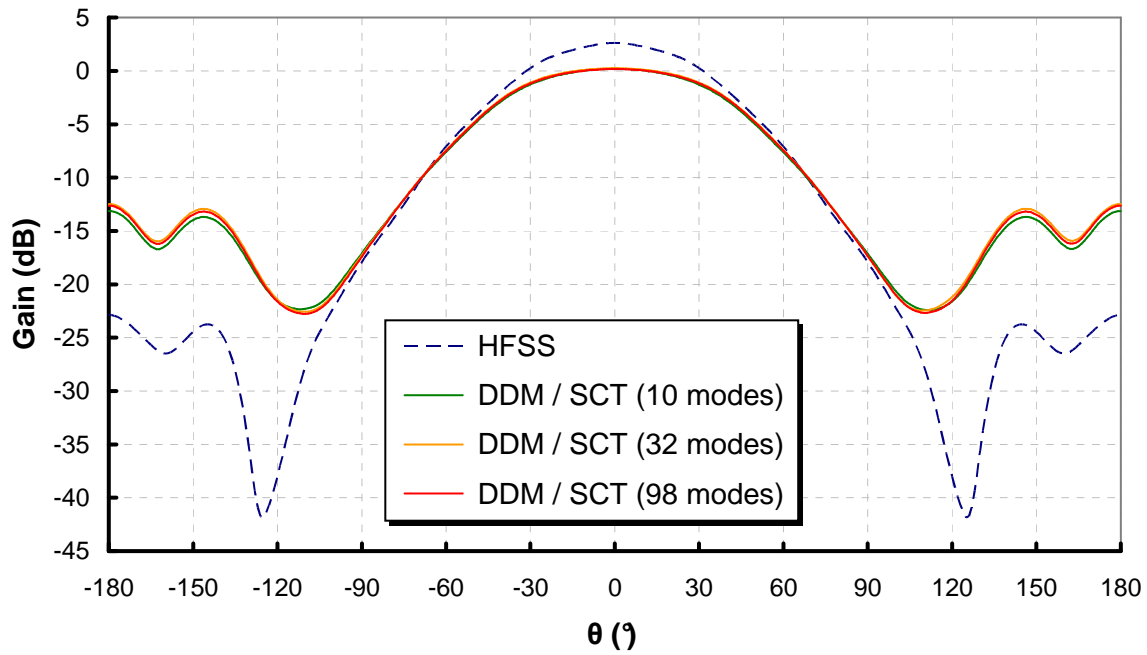


Figure 2-24 Gain de l'antenne avec patch, dans le plan H, en fonction de N_{S2}

On voit que malgré une augmentation conséquente du nombre de modes sur l'ouverture, les deux méthodes obtiennent des résultats sensiblement différents. Un troisième calcul par équations intégrales, effectué sous *Antenna Design* (logiciel de calcul par équations intégrales développé par THALES), confirme le résultat de HFSS. Si on remplace le patch par un anneau, on constate également un écart important. La Figure 2-25 et la Figure 2-26 montrent les diagrammes de gain obtenus dans ce cas, en fonction du nombre de modes N_{S2} , respectivement dans le plan E et le plan H.

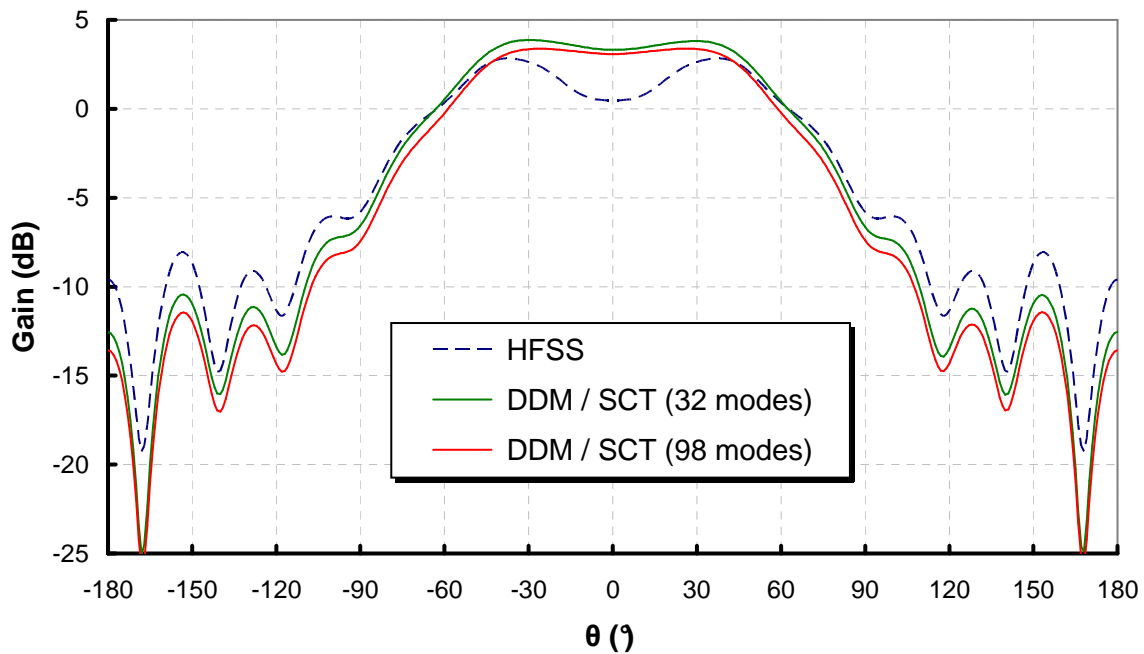


Figure 2-25 Gain de l'antenne avec anneau, dans le plan E, en fonction de N_{S2}

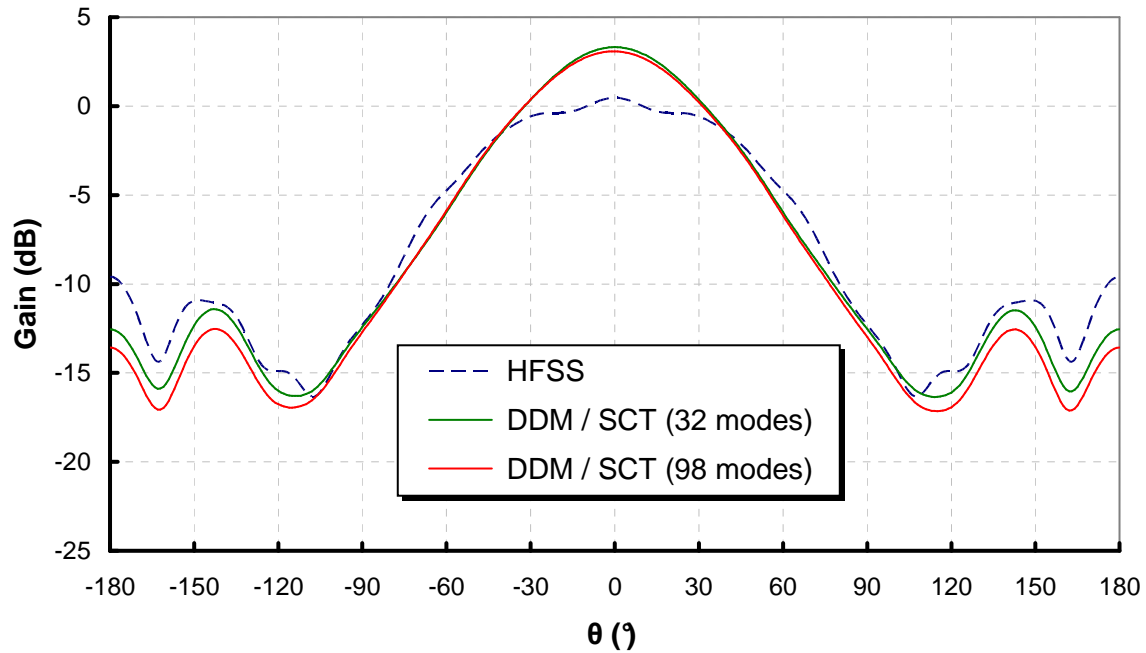


Figure 2-26 Gain de l'antenne avec anneau, dans le plan H , en fonction de N_{S2}

On voit, aussi bien en présence du patch ou de l'anneau, que malgré un nombre important de modes sur l'interface, le calcul par décomposition de domaine ne parvient pas à converger vers la solution de référence. Rappelons toutefois que les modes n'ont pas été filtrés par raison de symétrie, et que nombre d'entre eux ne contribuent donc pas à la solution. Pour comprendre cette forte imprécision, on a visualisé (voir Figure 2-27) le module du champ électrique tangentiel sur l'interface S_2 , avec 98 modes, dans les cas du patch et de l'anneau.

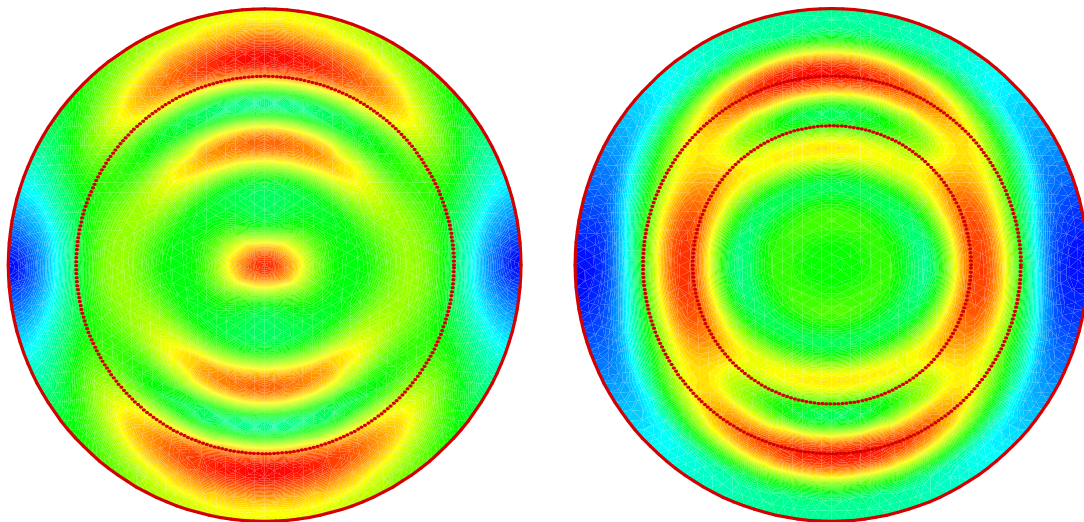


Figure 2-27 Module du champ électrique tangentiel sur l'interface S_2 (98 modes actifs) en présence du patch (à gauche) et de l'anneau (à droite)

Il apparaît que la base n'est pas encore assez riche pour que le champ électrique tangentiel s'annule complètement sur les parties métalliques (délimitées par les pointillés). Il est donc logique que l'allure du diagramme de rayonnement soit faussée. La présence d'un maximum de champ électrique au milieu du patch explique, par exemple, l'élargissement de l'angle

d'ouverture dans le plan E constaté en couplant les techniques SCT / DDM (voir Figure 2-23). Pour confirmer cette prédiction, reproduisons cette simulation en éloignant l'interface S_2 de l'ouverture.

2.4.2 Application de la SCT au voisinage de l'ouverture

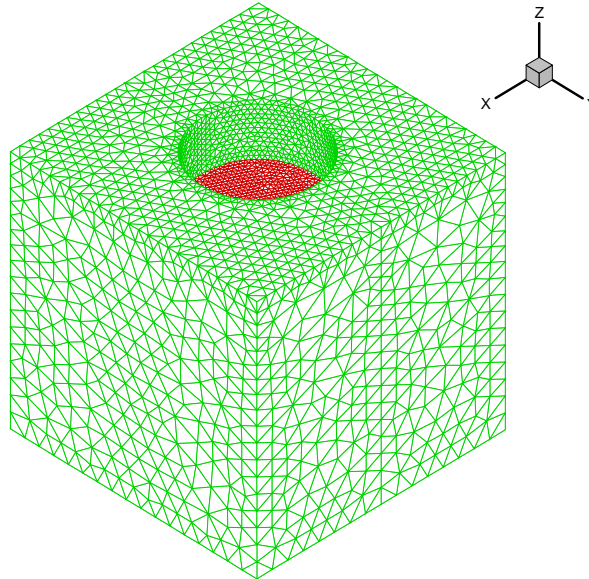


Figure 2-28 Maillage du volume extérieur et de l'interface S_2 (en rouge)

Lorsqu'on éloigne la discontinuité de 10 mm par rapport à l'ouverture, on obtient une bien meilleure précision des résultats obtenus par couplage SCT/DDM. On étudie cette fois séparément la directivité et le coefficient de réflexion en entrée de l'antenne. La Figure 2-29 et la Figure 2-30 montrent la directivité de l'antenne en présence du patch.

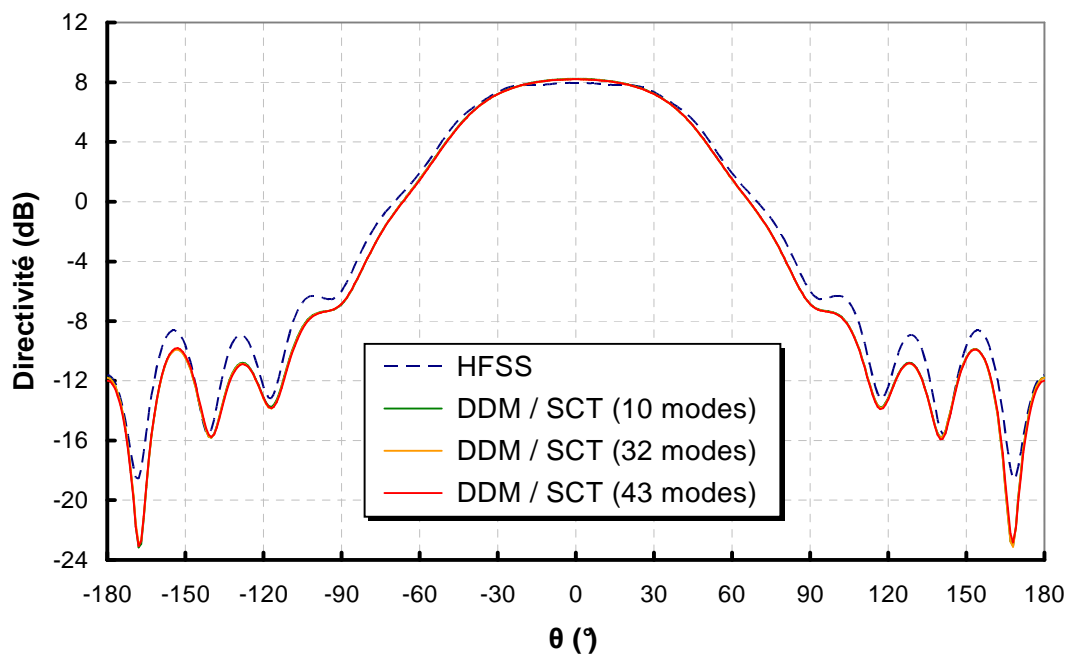


Figure 2-29 Directivité de l'antenne avec patch, dans le plan E, en fonction de N_{S2}

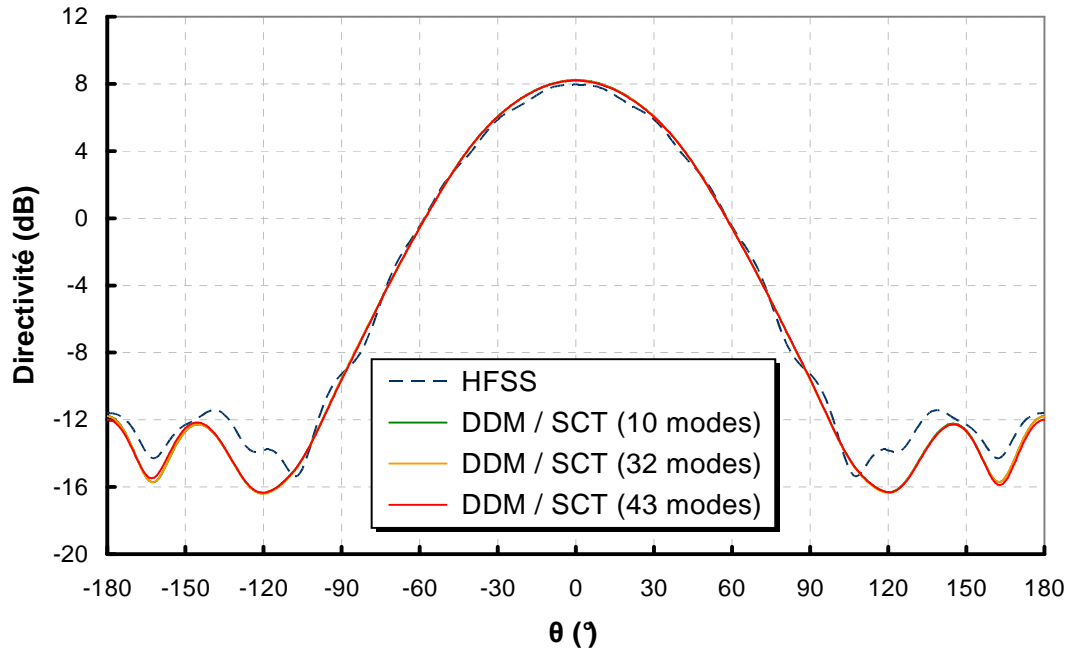


Figure 2-30 Directivité de l'antenne avec patch, dans le plan H, en fonction de N_{S2}

On constate que même avec peu de modes sur l'interface S_2 , les résultats coïncident assez bien avec la référence. Ce résultat est assez logique dans la mesure où les modes évanescents ont une influence localisée et sont pratiquement coupés la section cylindrique au dessus de la discontinuité. Dans le cas du patch, le coefficient de réflexion semble converger dès 10 modes vers une valeur très proche de celle obtenue avec HFSS, comme le montre la Figure 2-31.

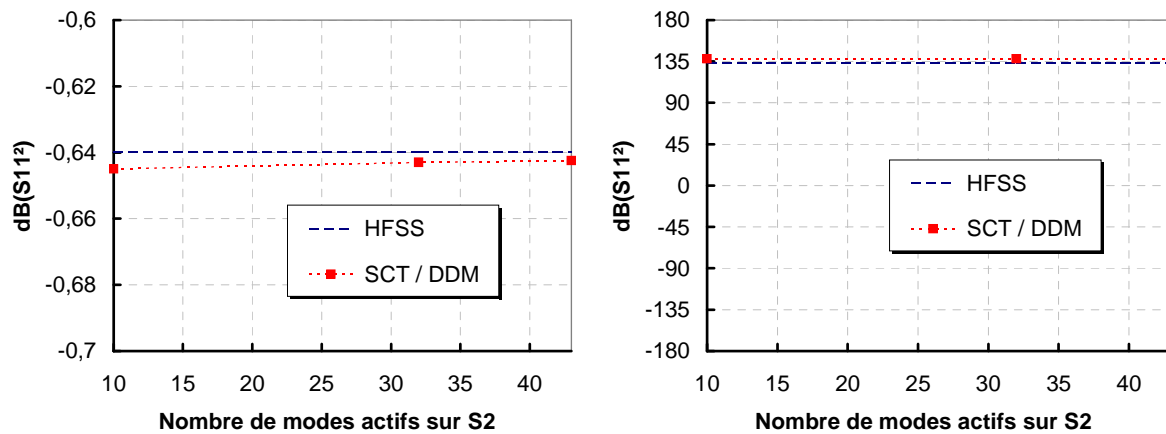


Figure 2-31 Convergence du coefficient de réflexion en entrée, avec patch, en fonction de N_{S2}

Dans le cas de l'anneau, on obtient également une bonne concordance entre en terme de directivité, dans le plan E (voir Figure 2-32) et dans le plan H (Figure 2-33). La convergence du coefficient de réflexion semble en revanche nécessiter plus de modes, comme en témoigne la Figure 2-34.

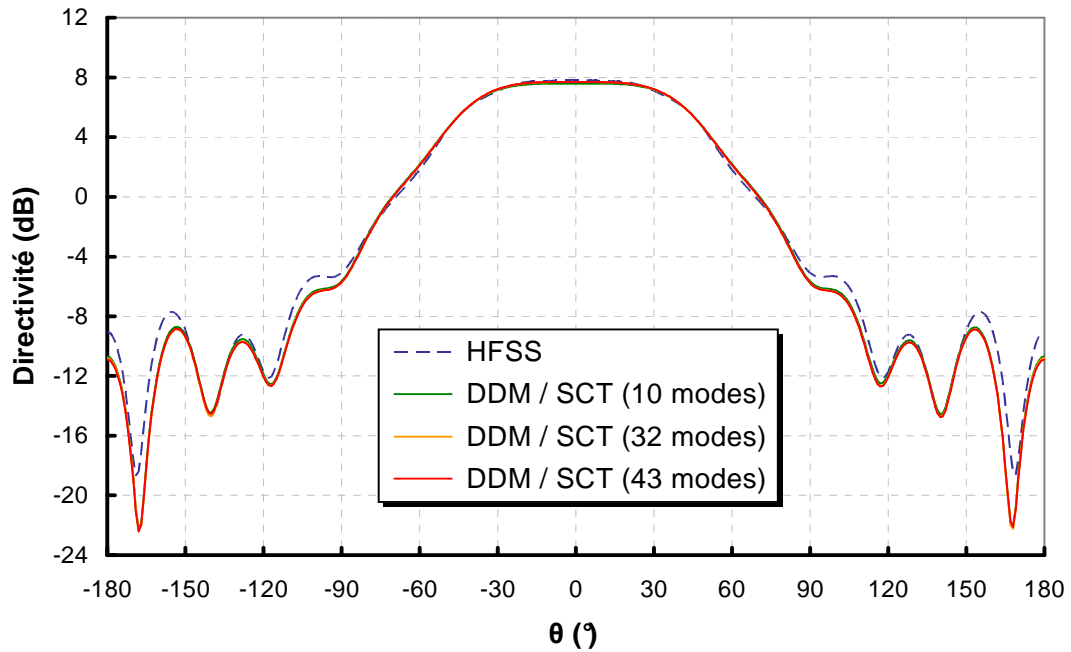


Figure 2-32 Directivité de l'antenne avec anneau, dans le plan E, en fonction de N_{S2}

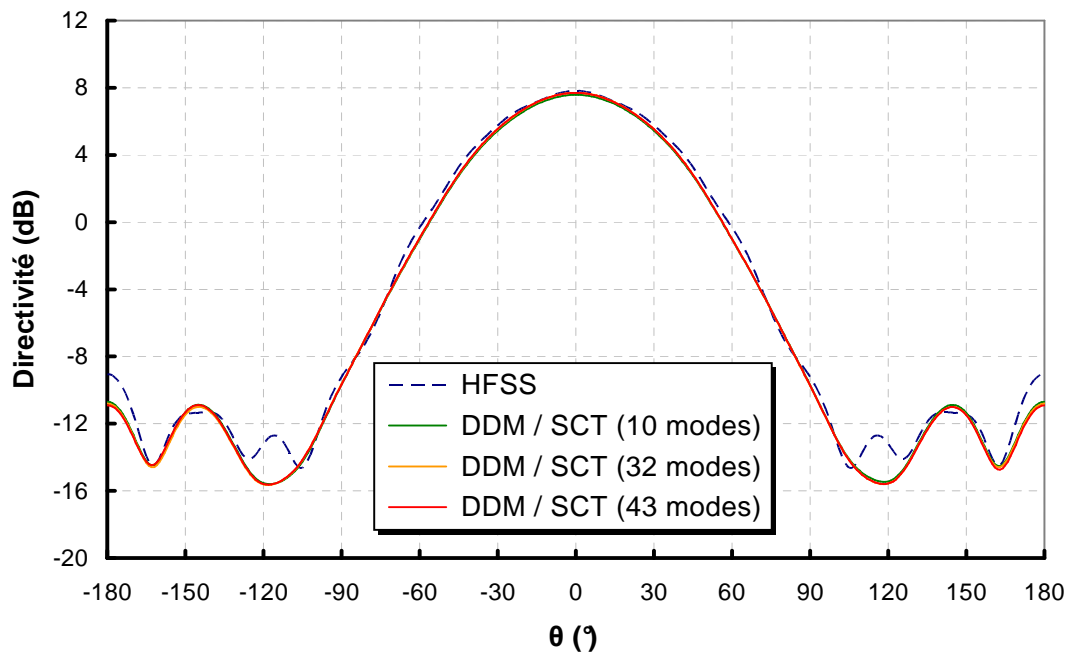


Figure 2-33 Directivité de l'antenne avec anneau, dans le plan H, en fonction de N_{S2}

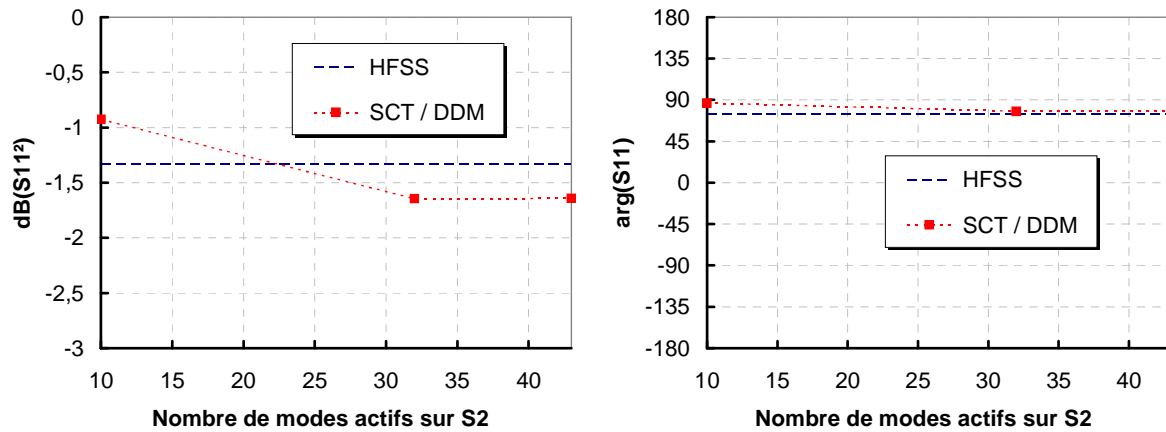


Figure 2-34 Convergence du coefficient de réflexion en entrée, avec anneau, en fonction de N_{S2}

2.4.3 Limitations actuelles et pistes d'amélioration

Les exemples présentés dans ce chapitre mettent en lumière certaines limitations liées à l'utilisation de la technique par changement d'échelle au voisinage de discontinuités fortes (en l'occurrence, une transition entre une section circulaire et l'espace libre). On constate qu'en l'absence d'une épaisseur cylindrique autour du sous-volume modélisé par SCT, le nombre de modes actifs sur ses interfaces (S_1 , S_2) peut devenir très important. Ce résultat est confirmé par des travaux antérieurs sur la SCT, dans lesquels les bases des interfaces pouvaient compter jusqu'à plusieurs centaines de modes utiles. Les sections cylindriques, qui jouent le rôle de filtre en atténuant l'essentiel des modes évanescents, sont donc souhaitables.

Lorsque les bases sont analytiques, manipuler un nombre élevé de modes ne pose pas de réel problème. En revanche, dans notre cas, où les bases modales utilisées sont numériques, l'enrichissement des bases a un coût numérique significatif (densité du maillage, temps de génération des modes, stockage). Pour palier à l'accroissement du nombre de modes, une première amélioration consisterait à sélectionner les modes, dès leur génération, en tenant compte des symétries (excitation, géométrie). Dans le cas présent, tenir compte du plan de symétrie et du plan d'antisymétrie permettrait de réduire le nombre de modes de manière très significative. Cela améliorerait sensiblement les performances de l'algorithme, ainsi que les conditionnements des matrices de produits scalaires.

On préfère habituellement, dans le cadre de la méthode de décomposition de domaine, découper le volume global de calcul en dehors des zones fortement perturbées en termes de champ. On s'assure ainsi que la représentation du champ sur les interfaces fictives nécessite le moins de fonctions de base possible : enrichir les bases augmente en effet considérablement le nombre de paramètres de diffraction à calculer pour caractériser le sous-volume. C'est pourquoi restreindre le nombre de fonctions de bases est particulièrement important pour le calcul de matrices de diffraction de réseaux, composés d'une multitude d'interfaces.

Bibliographie

- [1] A. Barka and P. Caudrillier, "Domain Decomposition Method Based on Generalized Scattering Matrix for Installed Performance of Antennas on Aircraft," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 55, pp. 1833-1842, 2007.
- [2] A. Wexler, "Solution of Waveguide Discontinuities by Modal Analysis," *IEEE Trans. Microw. on Theory and Tech.*, vol. MTT-15, pp. 508-516, 1967.
- [3] E. Perret and H. Aubert, "Scale-Changing Technique for the Electromagnetic Modeling of MEMS-Controlled Planar Phase Shifters," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 54, pp. 3954-3601, 2006.
- [4] D. Voyer, H. Aubert, and J. David, "Scale Changing Technique for the Electromagnetic Modeling of Planar Self-Similar Structures," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 54, pp. 2783-2789, 2006.
- [5] R. Yang and A. S. Omar, "Investigation of Multiple Rectangular Aperture Irises in Rectangular Waveguide Using TExmn -Modes," *IEEE Trans. Microw. Theory and Tech.*, vol. 41, pp. 1369-1374, 1993.
- [6] S. W. Lee, W. R. Jones, and J. J. Campbell, "Convergence of Numerical Solutions of Iris-type Discontinuity Problems," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 19, pp. 528-536, 1971.

Simulation des antennes actives en régime non-linéaire

3.1 ALGORITHME DE SIMULATION NON-LINEAIRE	72
3.1.1 DESCRIPTION MULTI-DOMAIN DES ANTENNES ACTIVES	72
3.1.2 RESOLUTION ITERATIVE DE L'EQUATION DU GRAPHE.....	74
3.2 APPLICATION ET INTERPRETATION DES RESULTATS	77
3.2.1 CHARGE ACTIVE DES AMPLIFICATEURS.....	80
3.2.2 MODIFICATION DU GAIN DU LOBE PRINCIPAL	83
3.2.3 RAYONNEMENT DE LOBES PARASITES	87
3.2.4 INFLUENCE DE L'ISOLATION	91
3.3 PISTES DE VALIDATION	92

3.1 Algorithme de simulation non-linéaire

3.1.1 Description multi-domaine des antennes actives

L'antenne active peut être modélisée, en émission, par le graphe multi-domaine représenté sur la Figure 3-1. Tous les blocs de ce graphe sont supposés linéaires, à l'exception des amplificateurs de puissance (HPA) fonctionnant en régime saturé. Les paramètres des composants peuvent éventuellement varier, selon les voies, pour prendre en compte la dispersion technologique.

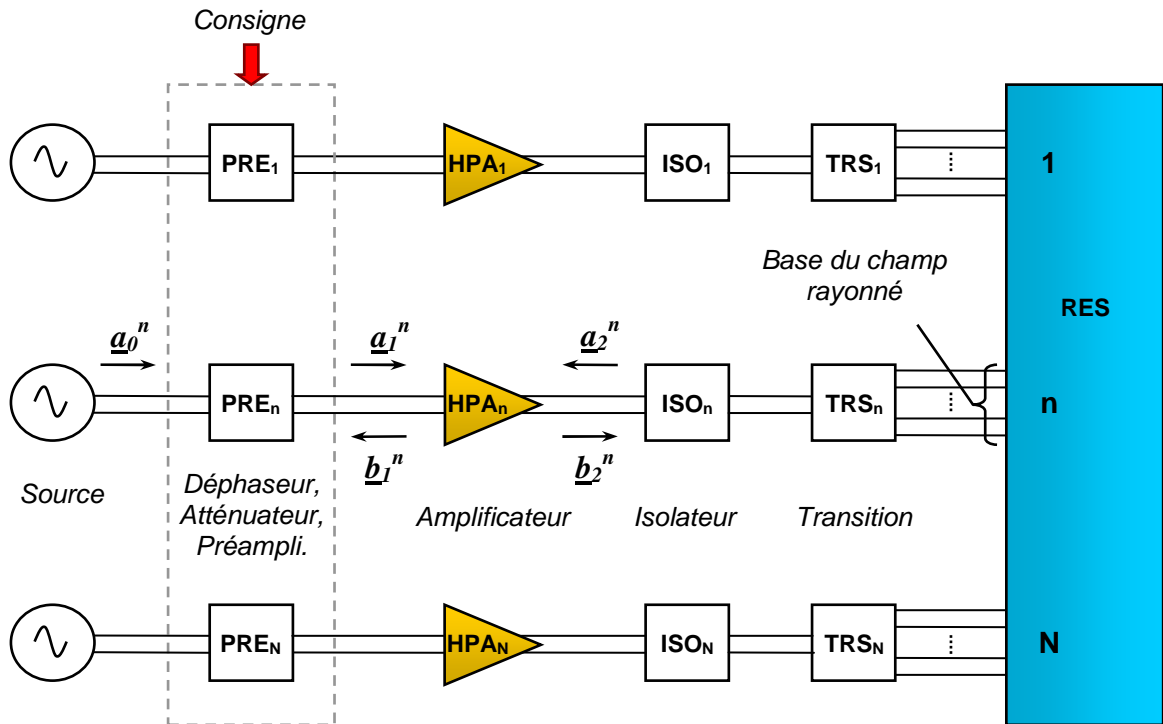


Figure 3-1 Graphe multi-domaine de l'antenne active en émission

Les N voies de l'antenne sont alimentées par des sources identiques, unitaires, en phase, et parfaitement adaptées en sortie. Autrement dit, les ondes \underline{a}_0 sont égales sur chacune des voies, et insensibles aux éventuelles désadaptations. Cette hypothèse revient à supposer le réseau de distribution idéal, sans dispersion en amplitude et en phase entre les voies. Toutefois, pour plus de réalisme, il est parfaitement possible de définir un bloc distributeur, modélisé par une matrice de diffraction 1:N simulée ou mesurée, et alimenté par une source unique.

On modélise sur chaque voie les circuits de déphasage, d'atténuation et de préamplification par un bloc unique (**PRE**) situé en amont du HPA. On peut raisonnablement faire l'hypothèse de linéarité sur cette partie de l'antenne que l'on modélise par une matrice de diffraction. Les consignes de déphasage et d'atténuation sont prises en compte indépendamment sur chaque voie dans le paramètre d'émission S_{21} , par un terme multiplicatif complexe $A_n \exp(j\varphi_n)$, n étant le numéro de la voie. La sortie du bloc PRE peut éventuellement être désadaptée ($S_{22} \neq 0$) et contribuer ainsi à la puissance en entrée du HPA.

On suppose les circuits en sortie de l'amplificateur linéaires. Un premier bloc (**ISO**) modélise les circuits de liaison et d'isolation (circulateur, isolateur, commutateur, ligne, etc.), suivi par un bloc de transition (**TRS**) reliant le mode guidé aux fonctions de base du champ rayonné par l'antenne élémentaire. En effet, il peut être avantageux d'utiliser plusieurs fonctions pour des calculs multifréquences, le poids des fonctions de bases pouvant évoluer avec la fréquence. La matrice de diffraction du réseau d'éléments rayonnants (**RES**) ferme l'ensemble des voies en les couplant. La charge de chaque amplificateur est bien « active », puisque la puissance délivrée par les voies adjacentes du réseau y contribue par couplage.

$$\begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}(\underline{a}_1) & S_{12}(\underline{a}_1) & T_{12}(\underline{a}_1) \\ S_{21}(\underline{a}_1) & S_{22}(\underline{a}_1) & T_{22}(\underline{a}_1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \\ \underline{a}_2^* \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

Les amplificateurs (**HPA**) sont décrits par leurs matrices de distorsion, définies dans le premier chapitre, dont l'expression est rappelée dans l'équation (3-1). Les ondes sortantes \underline{b}_1 et \underline{b}_2 sont des fonctions non-linéaires des ondes incidentes \underline{a}_1 et \underline{a}_2 . La dépendance des coefficients vis-à-vis de $|\underline{a}_1|$ et l'occurrence des termes T_{12} et T_{22} dans l'expression de la matrice empêche la résolution linéaire de l'équation de graphe. L'approche proposée consiste donc à résoudre le graphe par itérations, en approchant progressivement la réponse des amplificateurs par des matrices de diffraction équivalentes dérivant des matrices de distorsion.

3.1.2 Résolution itérative de l'équation du graphe

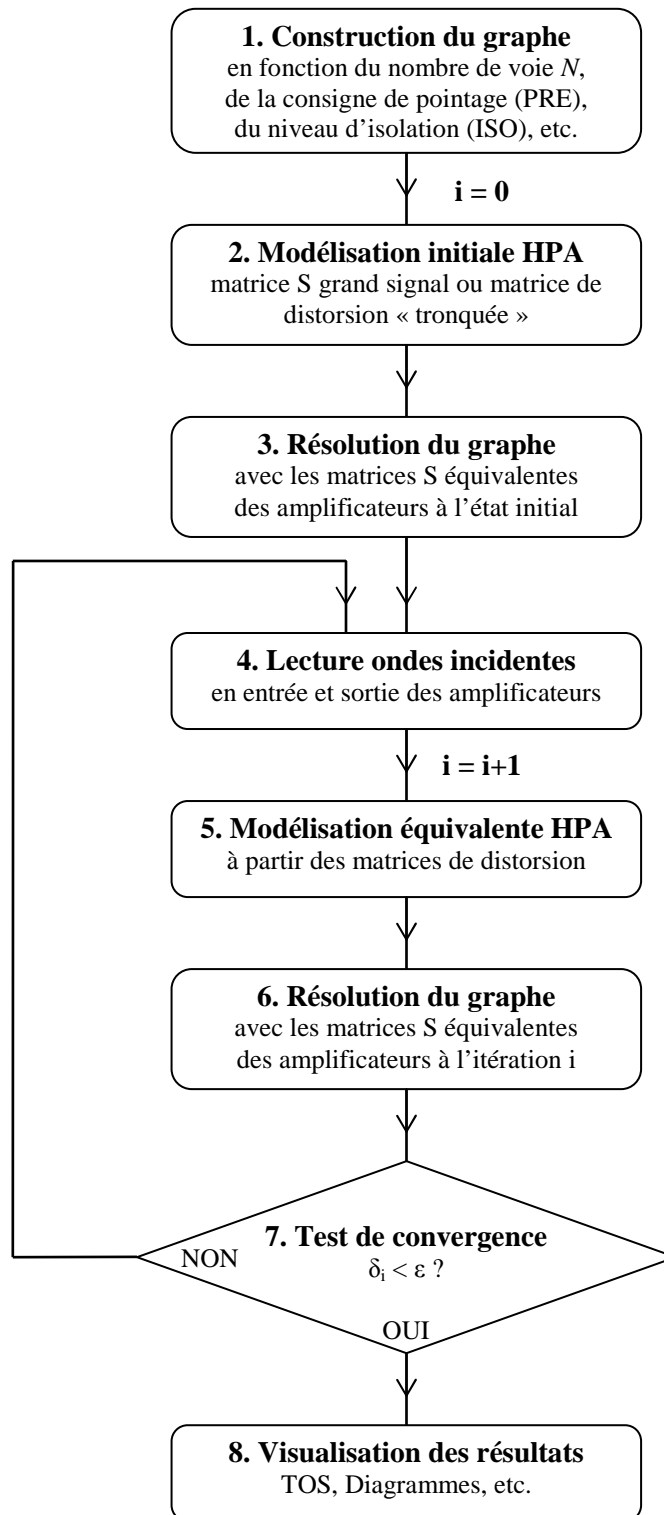


Figure 3-2 Algorithme de simulation des antennes actives

La Figure 3-2 détaille les étapes de résolution du graphe non-linéaire de l'antenne active. L'algorithme débute par la construction du graphe (**étape 1**), en fonction du nombre de voies, de la géométrie et de la direction de pointage. Les blocs linéaires du graphe sont définis et

calculés durant cette étape initiale. En particulier, la consigne de pointage couplée à la géométrie du réseau permet de construire les blocs **PRE** sur chacune des voies (termes de déphasage $\exp(j.\varphi_n)$).

i. Itération 0

À l'état initial, chaque HPA est modélisé grossièrement (**étape 2**) par sa matrice de diffraction grand signal ou sa matrice de distorsion tronquée, exprimée indépendamment sur chaque voie selon la consigne d'atténuation (dont découle la puissance disponible). On notera $S_{equ}^{[n,0]}$ la matrice de diffraction équivalente modélisant l'amplificateur sur la $n^{ième}$ voie à l'itération $i=0$. On obtient par résolution de l'équation de graphe (**étape 3**) la valeur à l'itération 0 des ondes incidentes aux interfaces des amplificateurs, notées $\underline{a}_1^{[n,0]}$ et $\underline{a}_2^{[n,0]}$ sur la $n^{ième}$ voie. L'expérience montre que la précision du modèle d'amplificateur à l'itération 0, et en particulier du paramètre S_{22} équivalent, n'a pas d'influence sur le résultat à la convergence. Elle entraîne tout au plus une infime accélération du processus de convergence.

ii. Itération $i \geq 1$

A partir des valeurs des ondes estimées (à l'itération $i-1$), on peut mettre sous une forme linéaire équivalente les matrices de distorsion des amplificateurs :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} S_{11}(\underline{a}_1) & S_{12}(\underline{a}_1) & T_{12}(\underline{a}_1) \\ S_{21}(\underline{a}_1) & S_{22}(\underline{a}_1) & T_{22}(\underline{a}_1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \\ \underline{a}_2^* \end{bmatrix} \\ \Leftrightarrow \begin{matrix} \underline{a}_1 \text{ fixe} \\ \underline{a}_2 \text{ fixe} \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} S_{11}(\underline{a}_1) & S_{12}(\underline{a}_1) + T_{12}(\underline{a}_1) \cdot e^{-2j \cdot \arg(\underline{a}_2)} \\ S_{21}(\underline{a}_1) & S_{22}(\underline{a}_1) + T_{22}(\underline{a}_1) \cdot e^{-2j \cdot \arg(\underline{a}_2)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-2)$$

On définit pour chaque amplificateur une **matrice de diffraction équivalente**, restituant la réponse de la matrice de distorsion lorsque l'amplificateur est excité par $\underline{a}_1^{[n,i-1]}$ et $\underline{a}_2^{[n,i-1]}$. La matrice équivalente du HPA sur la n -ième voie est calculée à partir de sa matrice de distorsion, notée S^n , par la formule suivante :

$$S_{equ}^{[n,i]} = \begin{bmatrix} S_{11}^n(\underline{a}_1^{[n,i-1]}) & S_{12}^n(\underline{a}_1^{[n,i-1]}) + T_{12}^n(\underline{a}_1^{[n,i-1]}) \cdot \exp(-2j \cdot \arg(\underline{a}_2^{[n,i-1]})) \\ S_{21}^n(\underline{a}_1^{[n,i-1]}) & S_{22}^n(\underline{a}_1^{[n,i-1]}) + T_{22}^n(\underline{a}_1^{[n,i-1]}) \cdot \exp(-2j \cdot \arg(\underline{a}_2^{[n,i-1]})) \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

Cette mise en forme permet de résoudre à nouveau l'équation de graphe (**étape 5**) en affinant la modélisation des amplificateurs. On obtient les valeurs des ondes incidentes à l'itération i , notées $\underline{a}_1^{[n,i]}$ et $\underline{a}_2^{[n,i]}$ sur la $n^{ième}$ voie. Toutefois, le résultat obtenu n'est rigoureux qu'à la condition où l'équivalence (3-2) est strictement vérifiée, c'est-à-dire que les valeurs des ondes restent inchangées de l'itération $i-1$ à l'itération i :

$$\text{Convergence} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{a}_1^{[n,i]} = \underline{a}_1^{[n,i-1]} \\ \underline{a}_2^{[n,i]} = \underline{a}_2^{[n,i-1]} \end{cases} \quad (3-4)$$

On introduit donc, à partir de l'itération 1, un indicateur de convergence δ_i permettant de quantifier l'erreur commise en utilisant les matrices équivalentes :

$$\delta_i = \max_{n \in [1, N]} \left(\frac{|a_2^{[n, i]} - a_2^{[n, i-1]}|^2}{|a_2^{[n, i]}|^2} \right) \quad (3-5)$$

On fixe arbitrairement un seuil ε en deçà duquel on estimera la convergence atteinte:

$$\delta_i < \varepsilon \quad (3-6)$$

A l'issue du processus de convergence, on obtient les ondes en chacun des nœuds du graphe, vérifiant à la fois les relations linéaires définies aux interfaces des composants passifs, et les relations non-linéaires aux interfaces des amplificateurs à un résidu près (contrôlé par ε). On peut alors identifier les voies sur lesquelles la désadaptation est susceptible de provoquer la destruction du HPA, tracer le diagramme de rayonnement de l'antenne, etc.

3.2 Application et interprétation des résultats

Une maquette d'antenne active, réalisée par THALES, a été simulée au moyen de l'algorithme itératif. La Figure 3-3 montre la topologie du réseau, agencé selon une maille triangulaire. Il est composé de 119 éléments rayonnants de type encoche (polarisation rectiligne), alimentés par les amplificateurs précédemment modélisés (voir chapitre 1).

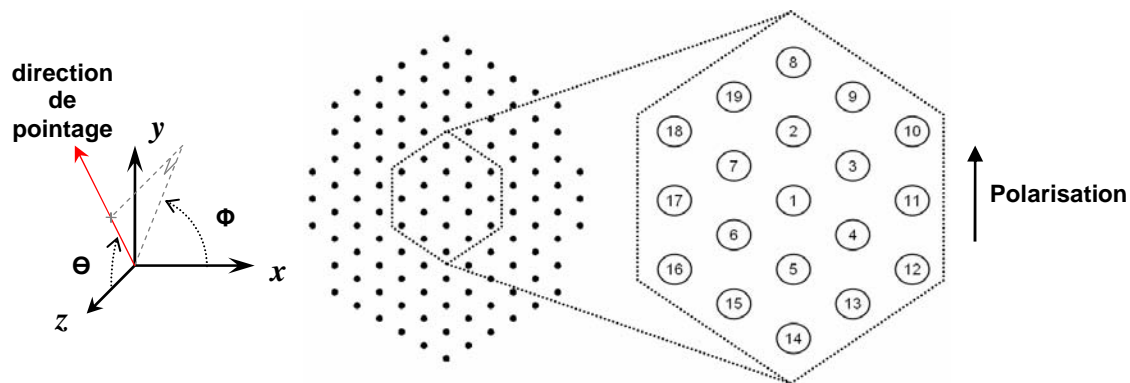


Figure 3-3 Topologie du réseau

	$20 \log(S)$ (dB)	$\arg(S)$ (°)		$20 \log(S)$ (dB)	$\arg(S)$ (°)
S_{11}	-15.70	-73.0	S_{11-1}	-27.64	27.1
S_{21}	-15.96	-88.4	S_{12-1}	-28.17	-26.5
S_{31}	-20.67	15.0	S_{13-1}	-22.57	74.1
S_{41}	-20.78	14.6	S_{14-1}	-27.49	-79.9
S_{51}	-15.44	-88.9	S_{15-1}	-22.57	70.9
S_{61}	-20.41	16.6	S_{16-1}	-28.14	-25.5
S_{71}	-20.58	19.6	S_{17-1}	-27.03	34.7
S_{81}	-27.58	-76.8	S_{18-1}	-28.56	-19.2
S_{91}	-22.86	68.9	S_{19-1}	-22.90	74.3
S_{10-1}	-28.18	-27.1			

Tableau 3-1 Couplages mesurés à 9,9 GHz

La modélisation du réseau d'éléments rayonnants s'appuie sur des résultats de mesure fournis par THALES, incluant les coefficients de couplage relatifs à l'élément central (1) et la directivité d'un élément au cœur du réseau et dont les éléments voisins sont chargés par 50Ω . Les principaux coefficients de couplage à 9,9 GHz sont détaillés dans le Tableau 3-1, et la directivité d'un élément central est représentée sur la Figure 3-4.

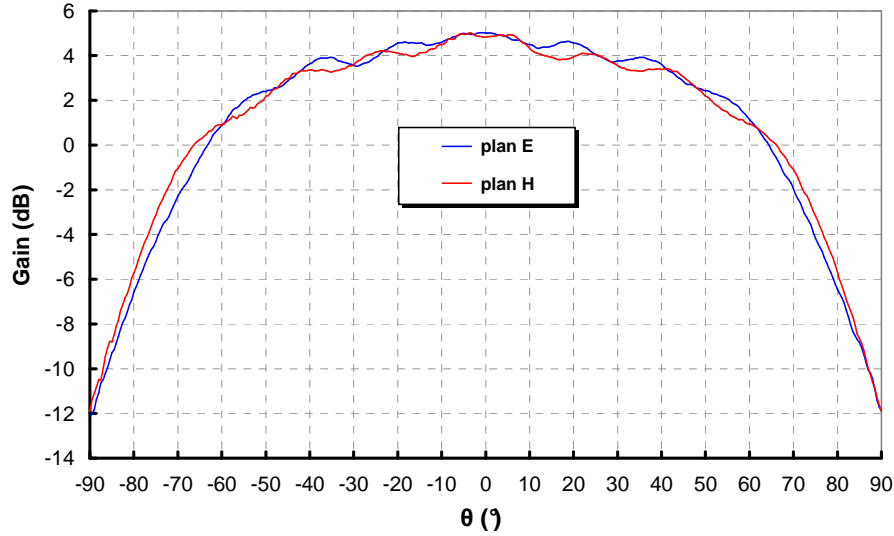


Figure 3-4 Directivité (co-polarisation) d'une antenne élémentaire environnée

La matrice de diffraction du réseau (bloc RES) est extrapolée à partir des mesures de couplages relatifs à l'élément central. Considérons par exemple le coefficient S_{ij} couplant les deux éléments du réseau d'indices i et j , de coordonnées respectives (x_i, y_i) et (x_j, y_j) . Si il existe, dans les tables de mesures relatives à l'élément central, un résultat associé au couple de distances inter éléments $\Delta x_{ij} = x_j - x_i$ et $\Delta y_{ij} = y_j - y_i$, on l'utilise pour exprimer S_{ij} . Dans le cas contraire, par exemple si les éléments i et j sont trop éloignés pour figurer dans la table, on peut rigoureusement faire l'approximation $S_{ij} = 0$. Noter que les effets de bord ne sont pas pris en compte de cette manière. D'autre part, la directivité de chaque élément rayonnant du réseau est supposée identique à la directivité de l'élément central. Là encore, les effets de bord susceptibles de perturber les diagrammes des éléments situés au bord du réseau sont négligés.

Les HPAs, utilisés en régime saturé à une compression de gain $C_G = 3 \text{ dB}$, sont modélisés par des matrices de distorsion dont les valeurs sont données dans le second chapitre. On fait une hypothèse simplificatrice supplémentaire : on suppose les termes S_{12} et T_{12} nuls. A priori, cette hypothèse change peu le résultat de simulation car ces coefficients sont faibles ($S_{12} < -38 \text{ dB}$) quelque soit le régime de fonctionnement de l'amplificateur. Si l'on souhaitait les prendre en compte, il serait nécessaire de connaître le coefficient de réflexion en sortie du bloc PRE (supposé nul, $S_{22} = 0$) en amont du HPA. De plus, il faudrait mettre à jour à chaque itération, sur chaque voie, les coefficients de la matrice de distorsion des HPA qui dépendent de $|\underline{a}_1|$.

On supposera l'absence d'isolation entre amplificateurs et éléments rayonnants, reliés par des lignes sans pertes et sans retard. Les blocs ISO sont modélisés par les matrices suivantes :

$$S_{ISO} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

Pour mettre en évidence l'influence de l'effet load-pull sur le fonctionnement de l'antenne active, on simulera les 3 configurations suivantes.

- **CAS 1 : HPAs modélisés par des matrices de diffraction grand signal unilatérales**

Résolution linéaire de l'équation de graphe. Ce cas équivaut à placer un circulateur parfait ($S_{12} = 0$ dans S_{ISO}) entre l'amplificateur et l'élément rayonnant.

$$\begin{bmatrix} S_{11}(\underline{a}_1, f_0) & 0 \\ S_{21}(\underline{a}_1, f_0) & 0 \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

- **CAS 2 : HPAs modélisés par des matrices de diffraction grand signal**

Résolution linéaire de l'équation de graphe. Ce modèle est moins précis en conditions « load-pull » que la matrice de distorsion (voir second chapitre).

$$\begin{bmatrix} S_{11}(\underline{a}_1, f_0) & 0 \\ S_{21}(\underline{a}_1, f_0) & S_{22}(\underline{a}_1, f_0) \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

- **CAS 3 : HPAs modélisés par des matrices de distorsion.**

Résolution itérative de l'équation de graphe. Ce modèle est le plus précis des trois.

$$\begin{bmatrix} S_{11}(\underline{a}_1, f_0) & 0 & 0 \\ S_{21}(\underline{a}_1, f_0) & S_{22}(\underline{a}_1, f_0) & T_{22}(\underline{a}_1, f_0) \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

L'algorithme itératif, appliqué à cette antenne, a systématiquement convergé à l'image de la courbe présentée sur la Figure 3-5. On observe dans toutes les configurations présentées plus loin une décroissance exponentielle de l'erreur vis-à-vis du nombre d'itérations.

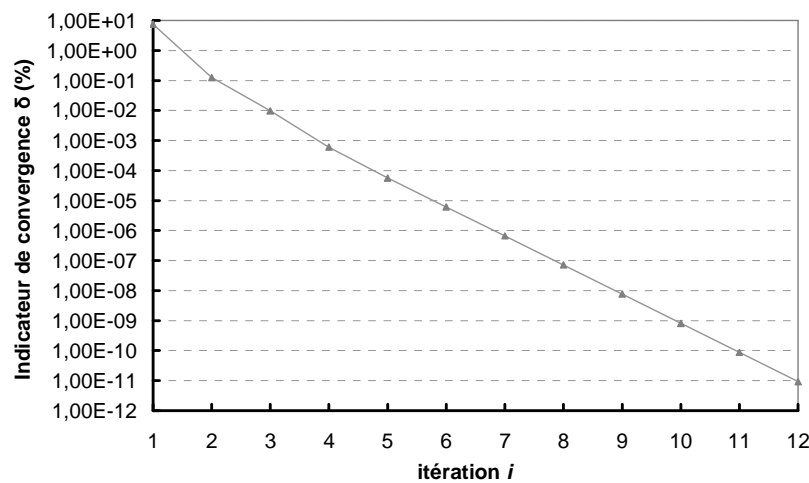


Figure 3-5 Convergence de l'algorithme itératif, pour un dépointage de $\Theta=30^\circ$ dans le plan E ($\Phi=90^\circ$)

3.2.1 Charge active des amplificateurs

On définit, en sortie de chaque amplificateur, le coefficient de réflexion en onde (Γ_{ch}) et le Taux d'Onde Stationnaire (TOS) traduisant la désadaptation de par rapport à l'impédance de référence (50Ω):

$$\Gamma_{ch} = \frac{a_2}{b_2} \quad TOS = \frac{1 + \Gamma_{ch}}{1 - \Gamma_{ch}} \quad (3-11)$$

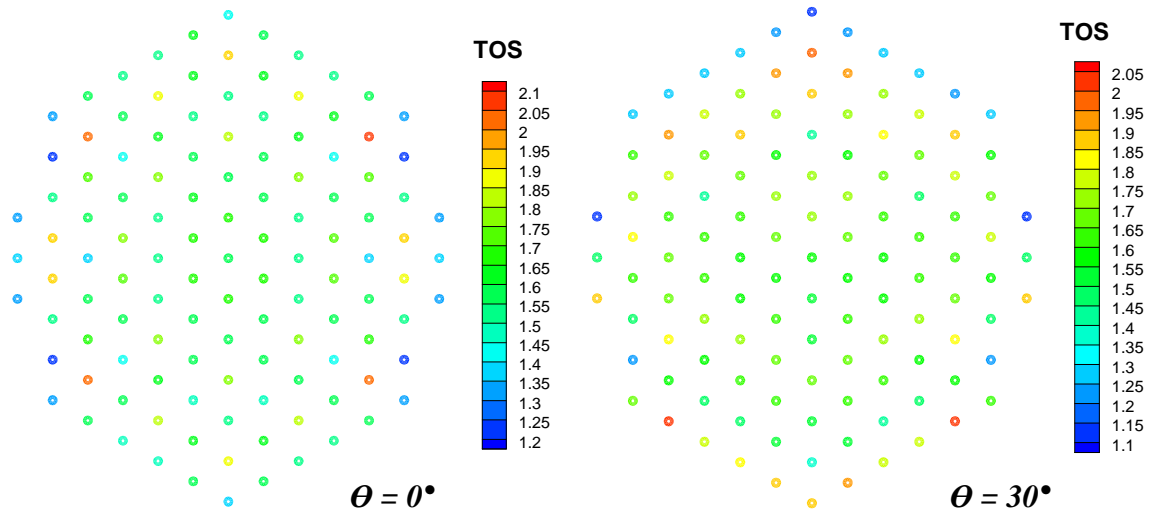


Figure 3-6 TOS actif en sortie des HPAs, modélisés par des matrices de distorsion, pour différents dépointages dans le plan E ($\Phi = 90^\circ$)

La Figure 3-6 montre le TOS en sortie de chaque HPA pour plusieurs directions de pointage définies par les angles θ et Φ (voir Figure 3-3). On constate que les valeurs de TOS sont à peu près uniformes à l'intérieur du réseau. Sur les bords du réseau en revanche, on observe d'importantes disparités, pouvant entraîner la destruction des amplificateurs sur certaines voies ($TOS > 2$ environ). On interprète les fortes variations de charge sur les bords du réseau de la façon suivante : l'onde régressive désadaptant l'amplificateur (a_2) peut être vue comme une série sommant les contributions en provenance des éléments voisins, captées par couplage. Sur les bords du réseau, l'absence d'éléments adjacents suivant certaines directions « tronque » cette série, dont la somme complexe peut varier de manière importante. On retrouve ce phénomène pour d'autres directions de pointage, comme en témoignent les résultats de la Figure 3-7 et de la Figure 3-8.

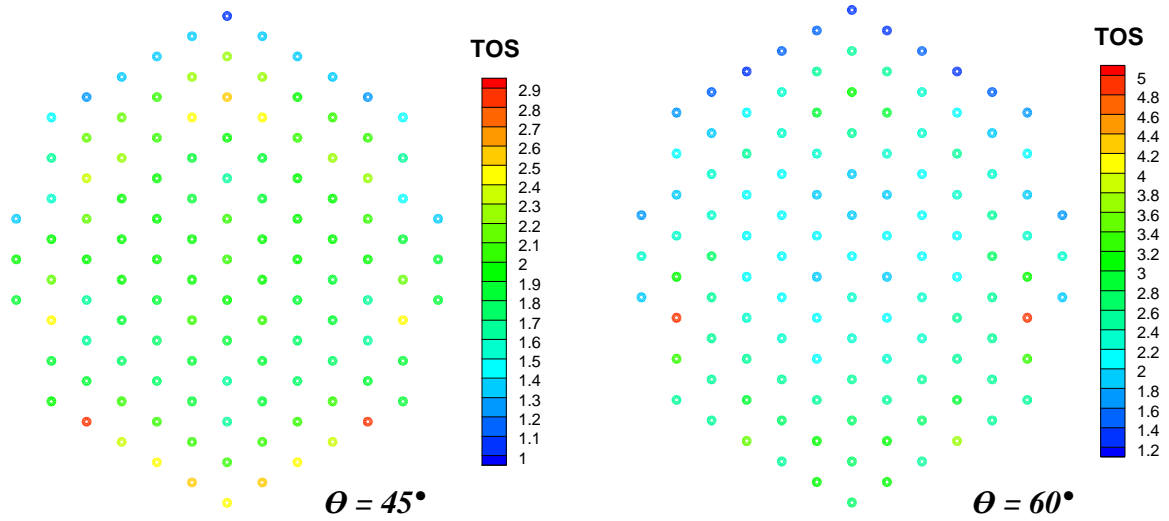


Figure 3-7 TOS actif en sortie des HPAs, modélisés par des matrices de distorsion, pour des dépointages importants dans le plan E ($\Phi = 90^\circ$)

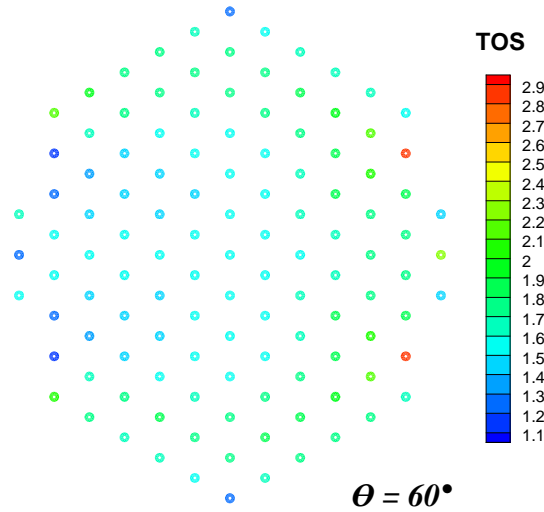


Figure 3-8 TOS actif en sortie des HPAs, modélisés par des matrices de distorsion, pour un dépointage important dans le plan H ($\Phi = 0^\circ$)

On constate que lors de dépointages importants dans le plan E ($\Phi = 90^\circ$, voir Figure 3-7), la valeur moyenne du TOS augmente fortement avec l'incidence. Ce phénomène se produit aussi lors de dépointages dans le plan H ($\Phi = 0^\circ$, voir Figure 3-8), mais de manière moins marquée. Bien que la charge des amplificateurs résulte de multiples contributions, cette différence peut s'expliquer par un niveau de couplage plus fort dans le plan vertical (y) qu'horizontal (x), et par une phase différente des coefficients de couplage (voir Tableau 3-1). On voit, pour un dépointage de $\theta = 60^\circ$ dans le plan E, que le TOS moyen au milieu du réseau avoisine 2,5 ce qui laisse supposer que la majorité des HPAs serait détruite dans cette configuration. Le niveau minimum d'isolation à fournir entre amplificateurs et éléments rayonnants doit être défini en tenant compte du pire scénario possible, dans les limites du domaine de fonctionnement de l'antenne.

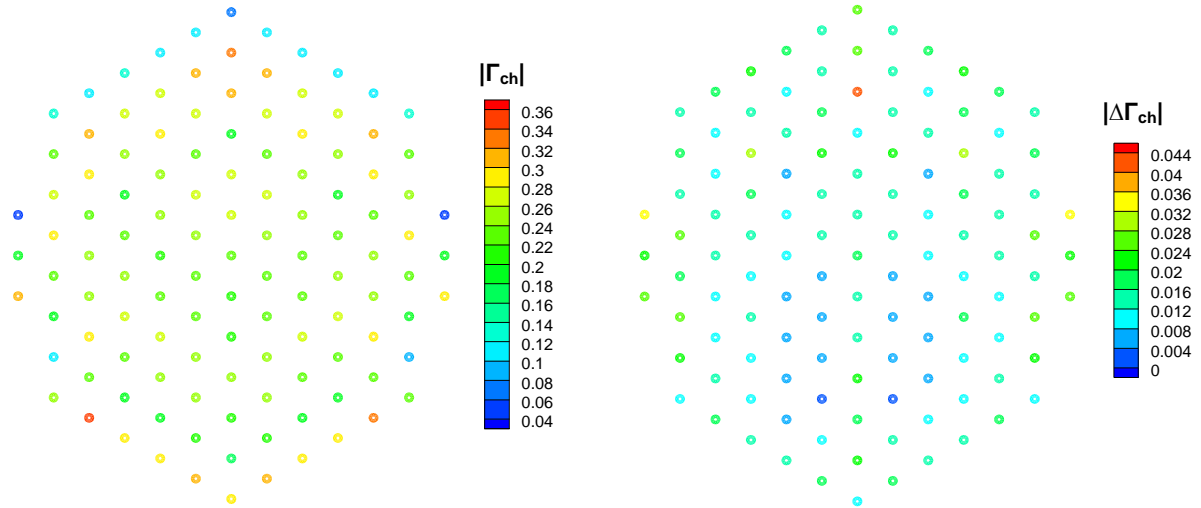


Figure 3-9 Dans le cas d'un dépointage de $\theta = 30^\circ$ dans le plan E ($\Phi = 90^\circ$) : à gauche, module de Γ_{ch} calculé avec matrice de distorsion (cas 3) ; à droite, écart sur Γ par rapport à une simulation avec matrice S unilatérale (cas 1)

On observe, à l'image de l'exemple présenté sur la Figure 3-9, que l'effet load-pull ne perturbe pas beaucoup la charge active des amplificateurs. Cela signifie que dans le cas de cette antenne, la simulation avec matrices de diffraction unilatérales (cas 1) peut suffire à estimer le niveau d'isolation nécessaire en sortie des amplificateurs.

3.2.2 Modification du gain du lobe principal

Intéressons nous au rayonnement de l'antenne en l'absence de dépointage. On constate que l'allure du diagramme de rayonnement, dans le plan E comme dans le plan H (voir Figure 3-10), reste globalement la même quelque soit la modélisation des amplificateurs choisie.

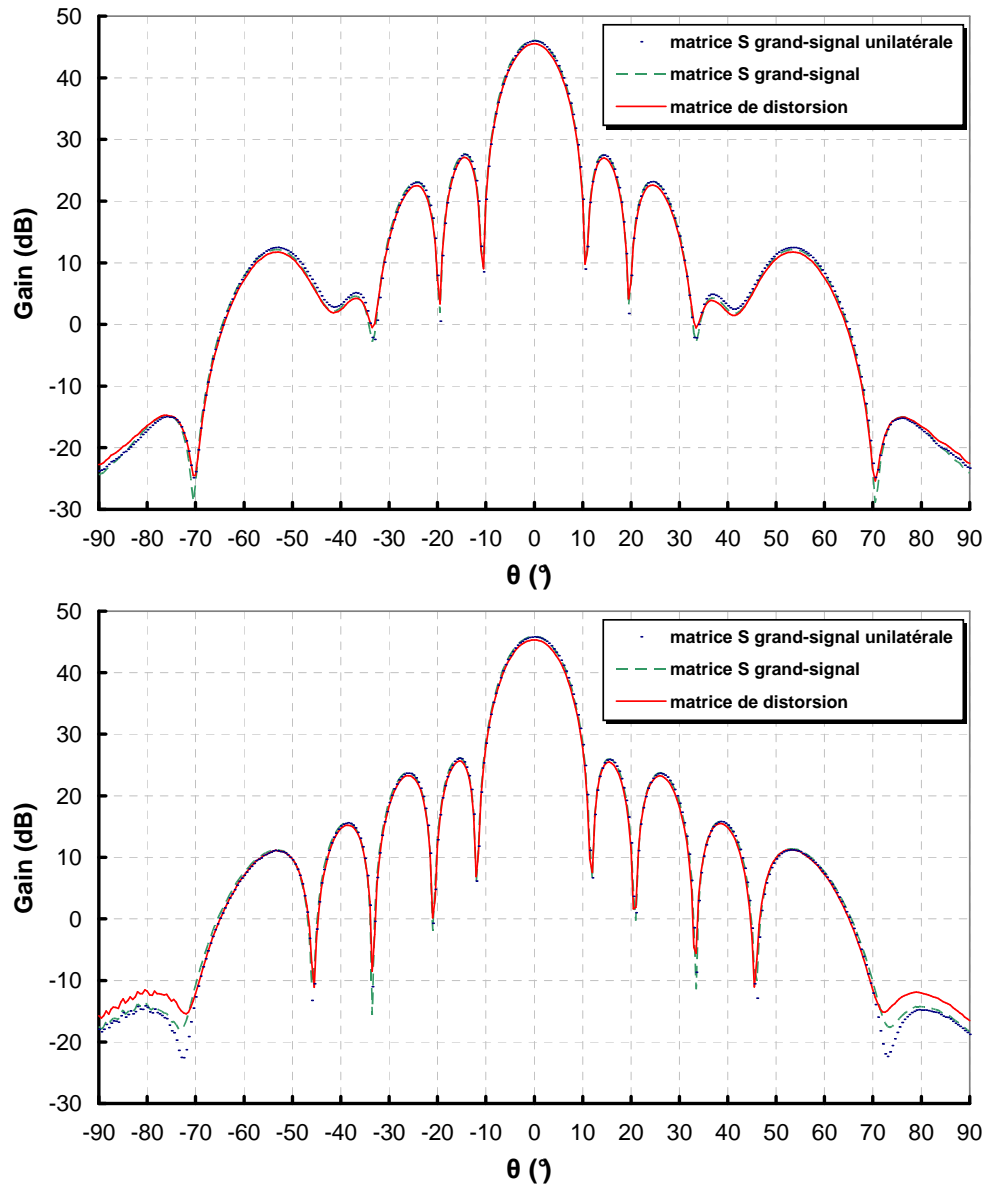


Figure 3-10 Diagramme de rayonnement dans le plan E ($\Phi=90^\circ$, en haut) et dans le plan H ($\Phi=0^\circ$, en bas), en fonction de la modélisation des amplificateurs, en l'absence de dépointage

Cependant, en observant de plus près les différences liées à la modélisation des amplificateurs (voir Figure 3-11), on constate une légère modification du gain lorsqu'on prend en compte les effets load-pull, que ce soit par des matrices de diffraction grand signal (cas 2) ou par des matrices de distorsion (cas 3). L'écart est ici plus sensible avec les matrices de distorsion (cas 3).

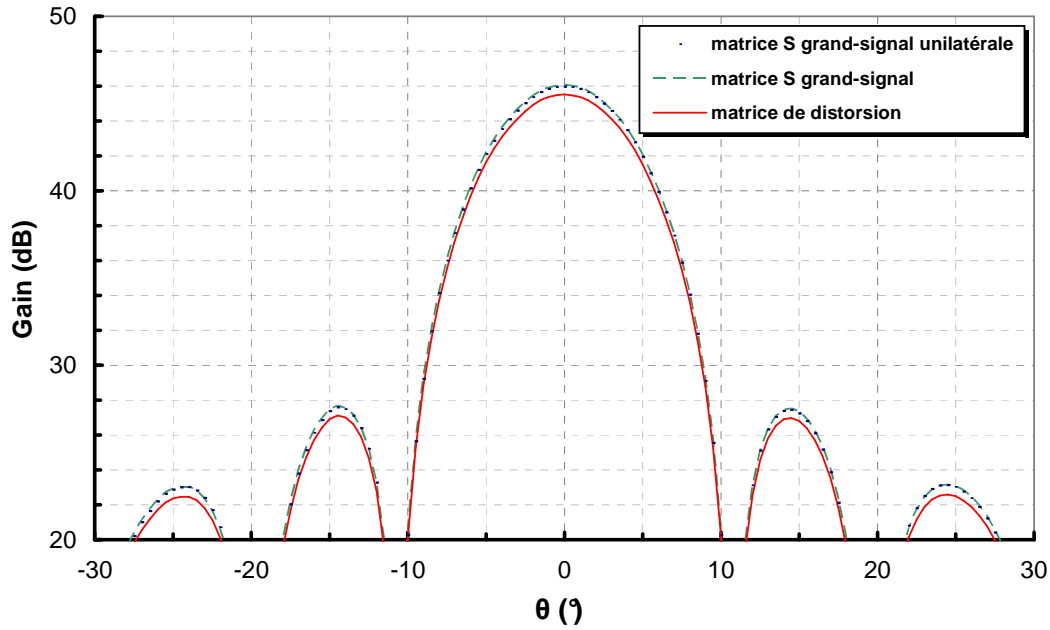


Figure 3-11 Diagramme de rayonnement (zoom) dans le plan E ($\Phi=90^\circ$), en fonction de la modélisation des amplificateurs, en l'absence de dépointage

En remplaçant les lignes de longueur nulle par des lignes à quart d'onde ($S_{21}=S_{12}=+i$), dans la modélisation du bloc ISO, on observe que la tendance s'inverse (voir Figure 3-12). Noter que la simulation utilisant des matrices de diffraction unilatérales (cas 1) est logiquement insensible à l'introduction d'une ligne quart d'onde.

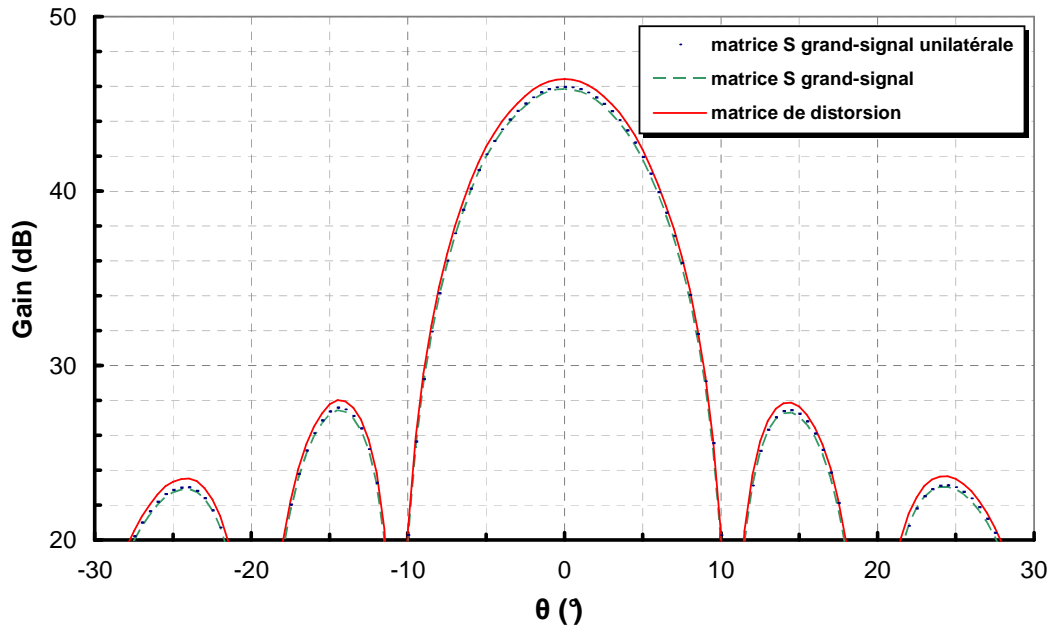


Figure 3-12 Diagramme de rayonnement dans le plan E ($\Phi=90^\circ$), obtenu en insérant des lignes quart d'ondes entre amplificateurs et éléments rayonnants (bloc ISO), en l'absence de dépointage

Cet effet est à considérer avec attention, car le gain du lobe principal conditionne la portée du radar. Prenons pour référence les simulations utilisant les matrices de distorsion (cas 3). L'écart en gain entre les deux configurations du bloc ISO (qui ne sont pas nécessairement des extrema vis-à-vis du retard induit par la ligne) est de $0,9 \text{ dB}$ (voir Figure 3-13).

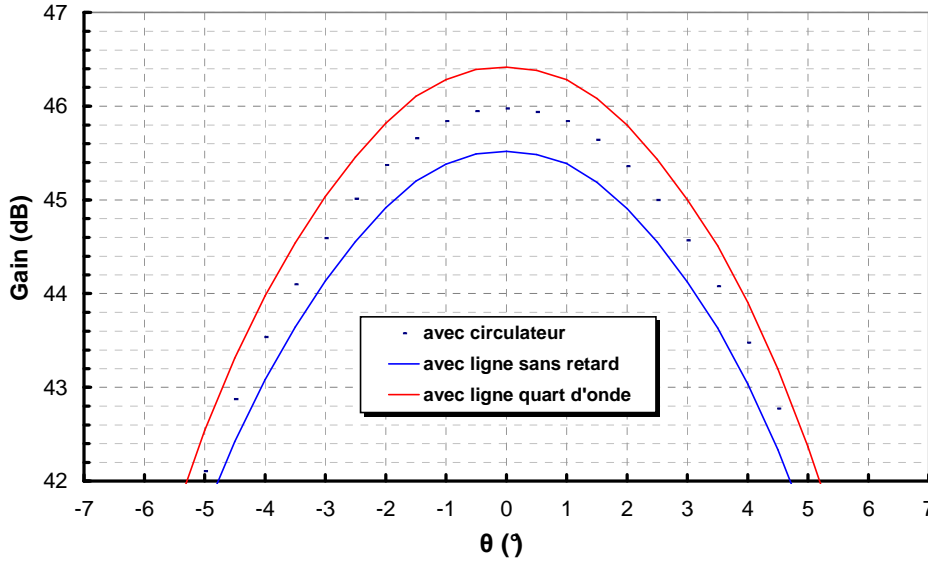


Figure 3-13 Diagramme de rayonnement dans le plan E ($\Phi=90^\circ$), en fonction de la matrice S_{ISO} , en l'absence de dépointage

On peut établir un lien entre la variation de gain constatée lorsqu'on supprime l'isolation, et la variation relative de puissance de sortie des amplificateurs, en moyenne sur l'ensemble des voies. La variation relative de puissance sur la $n^{\text{ième}}$ voie s'exprime:

$$\forall n \in [1, N] \quad \frac{\Delta P_{SOR}}{P_{SOR}}(n) = \frac{|b_2^{cas3}(n)|^2 - |b_2^{cas1}(n)|^2}{|b_2^{cas1}(n)|^2} \quad (3-12)$$

La Figure 3-14 montre les variations relatives de puissance lorsqu'on remplace les isolateurs par des lignes de longueur nulle (à gauche) ou des lignes quart d'onde (à droite).

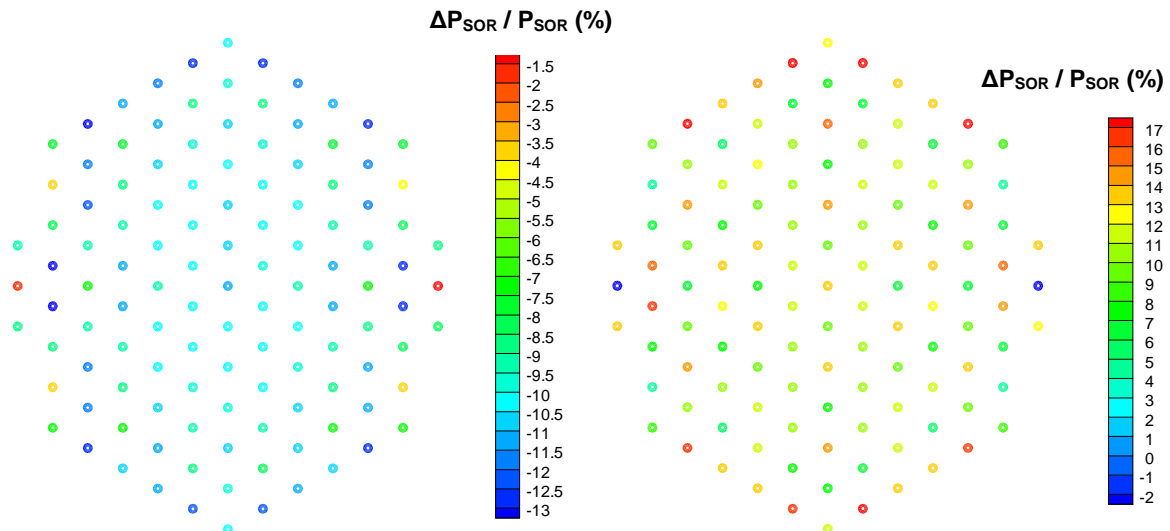


Figure 3-14 Variation relative par effet «load-pull» de la puissance en sortie des amplificateurs, avec une ligne sans retard (gauche) et une ligne quart d'onde (droite)

En faisant la moyenne sur l'ensemble des voies des variations relatives en puissance, définies dans l'équation (3-12), on obtient -9,9 % en présence de lignes sans retard, soit en

décibels $-0,453 \text{ dB}$. Ce résultat est à rapprocher de l'écart constaté par rapport au gain théorique à 0° (Figure 3-13), égal à $-0,454 \text{ dB}$. En les remplaçant par des lignes quart d'onde, on trouve $+10,9 \%$, soit $+0,449 \text{ dB}$, ce qui est encore une fois très voisin de la valeur lue sur le diagramme, égale à $0,446 \text{ dB}$.

Ce phénomène s'interprète comme une interférence, alternativement constructive ou destructive, entre les termes de perturbation ($S_{22} \cdot \underline{a}_2 + T_{22} \cdot \underline{a}_2^*$) et les termes principaux ($S_{21} \cdot \underline{a}_1$) de la loi d'éclairement (ces termes sont cohérents, puisque les ondes \underline{a}_2 résultent au premier ordre de l'amplification des ondes \underline{a}_1 , cohérentes entre les différentes voies de l'antenne). En retardant la phase de \underline{a}_2 de 180° (trajet aller-retour), par insertion de lignes quart d'onde entre amplificateurs et éléments rayonnants, on modifie la phase des termes de perturbation $S_{22} \cdot \underline{a}_2 + T_{22} \cdot \underline{a}_2^*$ par rapport aux termes principaux. Il en résulte une modification de l'interférence qui dans ce cas devient constructive (Figure 3-13).

L'énergie se propageant de l'antenne à l'amplificateur, habituellement dissipée en présence du circulateur (cas 1), est ici partiellement réfléchi par la sortie du HPA puis re-rayonnée, contribuant ainsi au rayonnement de l'antenne. Le phénomène en jeu n'est pas forcément une simple réflexion, mais quoiqu'il en soit on constate que certaines désadaptations de charge entraînent une augmentation de la puissance en sortie de l'amplificateur. Cela ne remet pas en cause la conception de l'amplificateur, théoriquement optimisé pour fonctionner à 50Ω . En effet, les critères d'optimisation sont multiples et l'augmentation de la puissance peut traduire la proximité d'une zone d'instabilité dont veut se prémunir le concepteur.

Ce phénomène d'interférence est également visible lorsqu'on modélise les amplificateurs par leurs matrices de diffraction grand signal (cas 2), comme en témoignent les légères variations constatées entre les Figure 3-11 et Figure 3-12. Cependant, on voit que la tendance prévue avec ce modèle s'oppose à celle prédite par les matrices de distorsion (cas 3), dont on sait qu'elles sont plus précises. Par conséquent, et comme le confirmeront les résultats suivants, les matrices de diffraction grand signal sont inappropriées pour la simulation d'antennes actives présentant une isolation faible entre amplificateurs et éléments rayonnants.

3.2.3 Rayonnement de lobes parasites

On observe, lors de dépointages, en régime non-linéaire et en l'absence d'isolation, l'apparition d'un lobe non désiré dans le diagramme de rayonnement (voir Figure 3-15). Ce phénomène se produit lorsqu'on modélise les amplificateurs par leurs matrices de distorsion (cas 3), qui tiennent compte de la réponse non-linéaire aux désadaptations. La modélisation par matrice de diffraction grand signal (cas 2), ne met pas en évidence ce lobe et aboutit à des résultats très similaires à ceux d'une antenne parfaitement isolée (cas 1). Dans toutes les configurations présentées ici, on s'est assuré au préalable que le TOS reste dans des plages tolérées par les amplificateurs ($\text{TOS} < 2,2$).

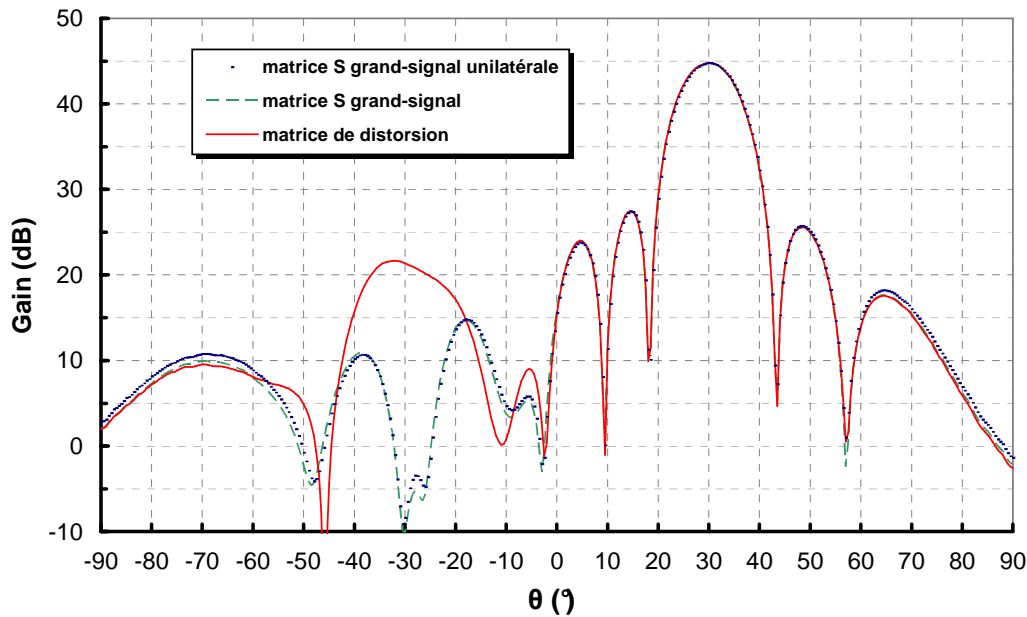


Figure 3-15 Diagrammes de rayonnement à 9,9GHz, pour un dépointage de $\theta=30^\circ$ dans le plan E ($\Phi=90^\circ$), en fonction de la modélisation des amplificateurs

En testant différentes configurations (direction de pointage, fréquence), on s'aperçoit que la direction du lobe parasite est toujours sensiblement opposée à celle du lobe principal, dans le plan de déviation du faisceau (voir Figure 3-16 et Figure 3-17).

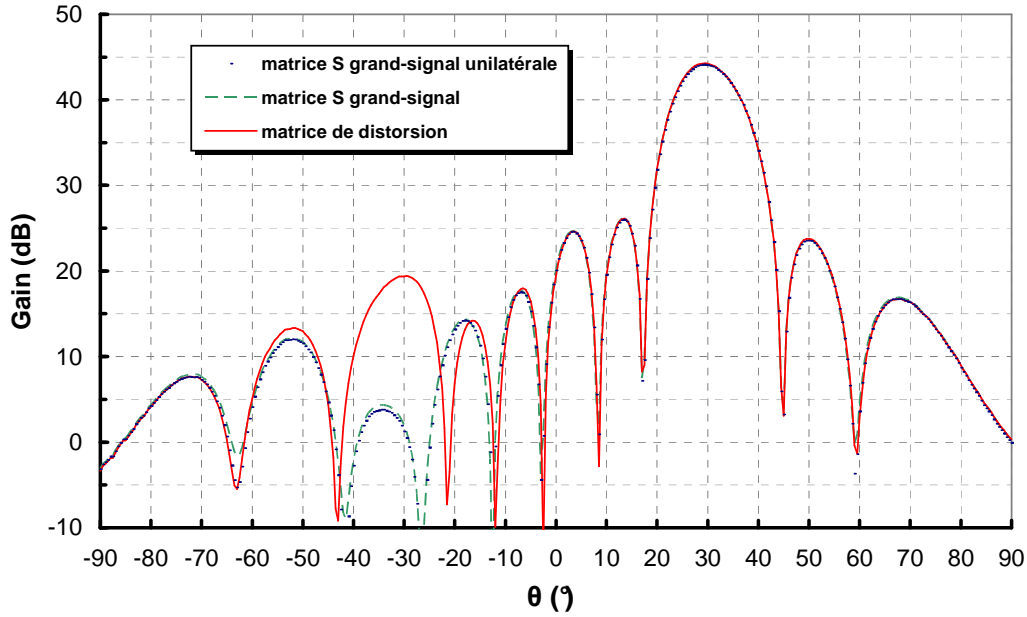


Figure 3-16 Diagrammes de rayonnement à 9,9GHz, pour un dépointage de $\theta=30^\circ$ dans le plan H ($\Phi=0^\circ$), en fonction de la modélisation des amplificateurs

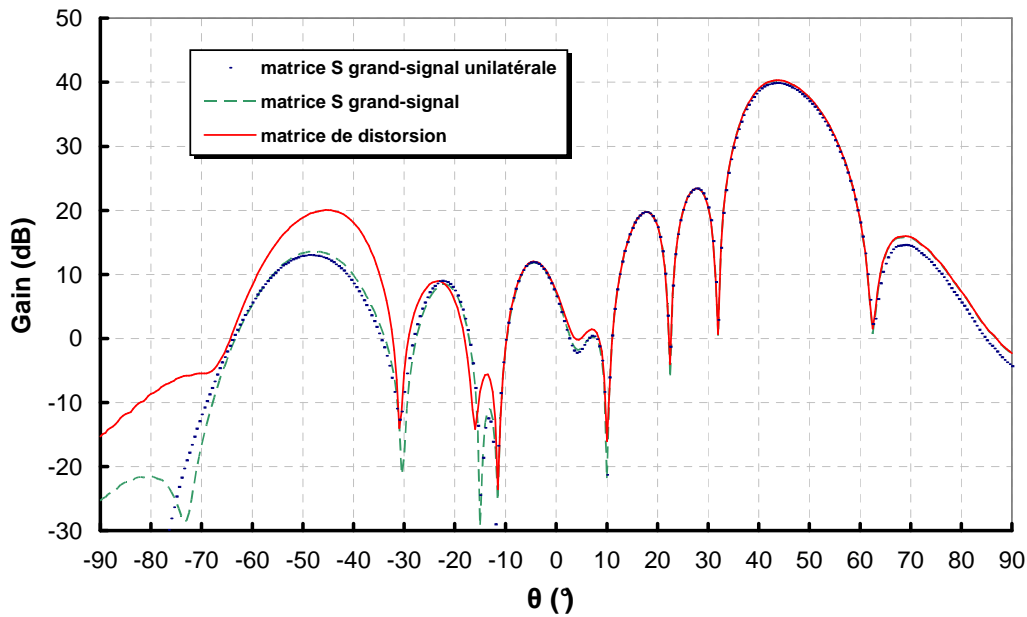


Figure 3-17 Diagrammes de rayonnement à 10,3GHz, pour un dépointage de $\theta=45^\circ$ dans le plan H ($\Phi=0^\circ$), en fonction de la modélisation des amplificateurs

Pour comprendre cet effet, isolons la contribution du terme de perturbation $S_{22} \cdot \underline{a}_2 + T_{22} \cdot \underline{a}_2^*$ s'ajoutant à la consigne principale $S_{21} \cdot \underline{a}_1$. Si on représente le module et la phase de cette perturbation en sortie de chaque amplificateur (voir Figure 3-18), on constate la présence de motifs périodiques selon la direction de dépointage. Ces motifs sont très différents de ceux obtenus lorsqu'on modélise les amplificateurs par des matrices de diffraction grand signal (cas 2, voir Figure 3-19).

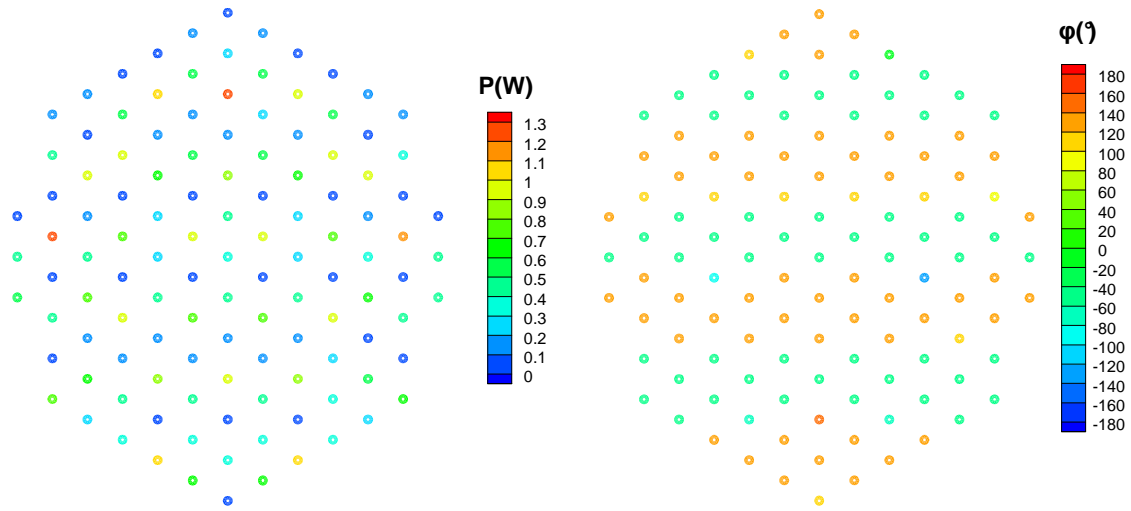


Figure 3-18 Puissance (à gauche) et phase (à droite) des termes de perturbation induits par les matrices de distorsion, à 9,9 GHz, pour un dépointage de $\Theta=30^\circ$ dans le plan E ($\Phi=90^\circ$)

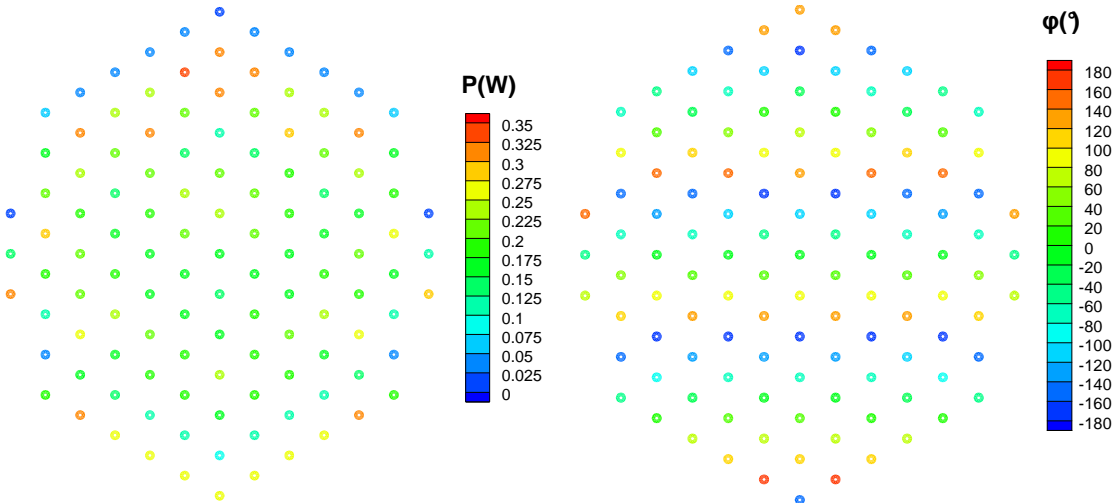


Figure 3-19 Puissance (à gauche) et phase (à droite) des termes de perturbation induits par les matrices S grand signal, à 9,9GHz, pour un dépointage de $\Theta= 30^\circ$ dans le plan E ($\Phi=90^\circ$)

Dans le cas d'une modélisation par matrice de distorsion, la puissance parasite ($0.5/S_{22} \cdot \underline{a}_2 + T_{22} \cdot \underline{a}_2^{*2}$) s'annule périodiquement, alors qu'elle est pratiquement uniforme avec les matrices de diffraction grand signal ($0.5/S_{22} \cdot \underline{a}_2^2$). En ce qui concerne la phase, le cas 3 donne lieu à des oscillations abruptes entre deux états, approximativement en opposition de phase, alors que le cas 2 prédit une variation progressive de la phase dans la direction de dépointage. On constate aussi, dans le cas 3, que les zéros en puissance se situent précisément sur les lieux de changement de phase. La période spatiale du phénomène, de l'ordre 63 mm, est associée à une direction de rayonnement de 29° à 9,9 GHz. Ce phénomène est confirmé par d'autres configurations de simulation (voir Figure 3-20 et Figure 3-21).

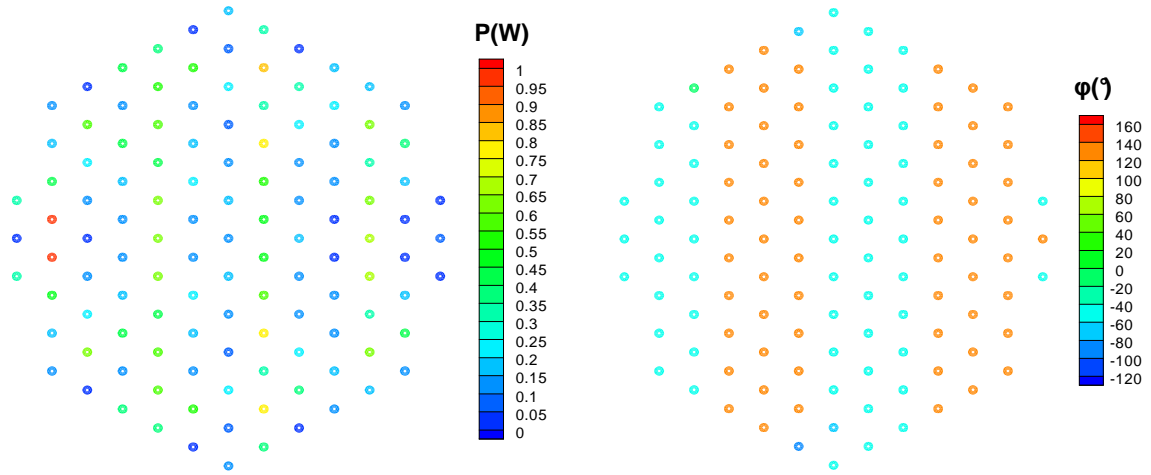


Figure 3-20 Puissance (à gauche) et phase (à droite) des termes de perturbation induits par les matrices de distorsion, à 9,9 GHz, pour un dépointage de $\Theta=20^\circ$ dans le plan H ($\Phi=0^\circ$)

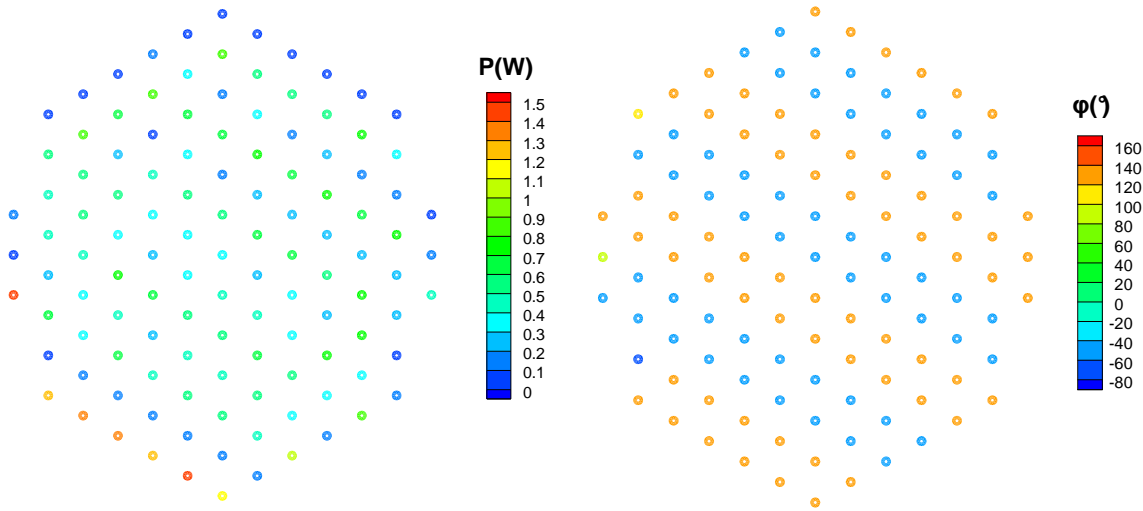


Figure 3-21 Puissance (à gauche) et phase (à droite) des termes de perturbation induits par les matrices de distorsion, à 9,9 GHz, pour un dépointage de $\Theta=30^\circ$ dans un plan oblique ($\Phi=60^\circ$)

D'après le théorème de superposition, le rayonnement total de l'antenne peut être vu comme la superposition de la loi d'éclairement désirée ($S_{21}.\underline{a}_1$) et d'une loi d'éclairement additionnelle ($S_{22}.\underline{a}_2+T_{22}.\underline{a}_2^*$) induite par la réaction des amplificateurs aux désadaptations. L'allure des termes de perturbation en fonction des directions de pointage révèle clairement un effet de réseau. On constate que la phase varie de manière non-linéaire, alternant entre deux valeurs sensiblement en opposition de phase, ce qui est cohérent avec le régime de fonctionnement des amplificateurs.

3.2.4 Influence de l'isolation

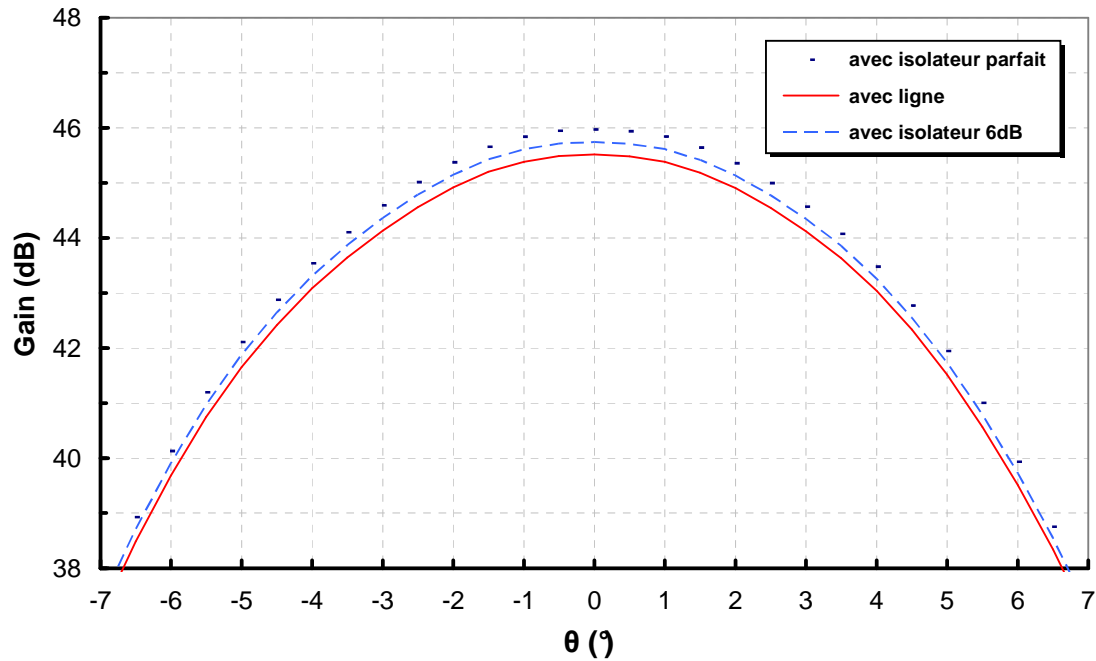


Figure 3-22 Diagramme de rayonnement dans le plan E ($\Phi=90^\circ$), en fonction de l'isolation en sortie des amplificateurs, en l'absence de dépointage

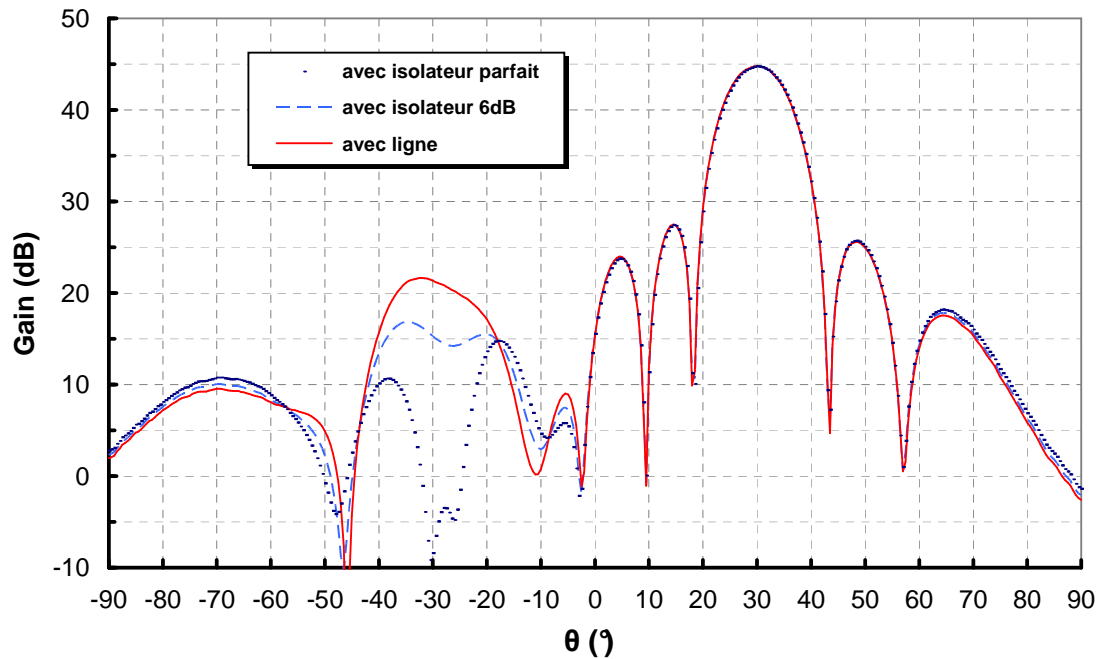


Figure 3-23 Diagramme de rayonnement pour un dépointage de $\Theta=30^\circ$ dans le plan E ($\Phi=90^\circ$), en fonction de l'isolation en sortie des amplificateurs

En plaçant un isolateur 6 dB ($S_{12} = 0,0625$ pour S_{ISO}) en sortie de l'amplificateur, on constate logiquement (voir Figure 3-22 et Figure 3-23) une atténuation du lobe parasite. Les performances de l'antenne se rapprochent de celles de l'antenne avec isolateur parfait (cas 1).

3.3 Pistes de validation

Les résultats présentés dans ce chapitre restent à valider, de manière expérimentale ou par comparaison à d'autres méthodes de simulation. Nous ne connaissons malheureusement pas, aujourd'hui, d'outil de simulation non-linéaire permettant de calculer des antennes actives impliquant un si grand nombre d'amplificateurs. Par ailleurs, la mesure des antennes actives en émission est une manipulation complexe et extrêmement couteuse à réaliser [1], ceci d'autant plus que le risque de destruction des amplificateurs est élevé. Dans l'optique de valider ces résultats par la mesure, il sera nécessaire de tenir compte dans les simulations de la dispersion technologique, ce qui est parfaitement possible avec cette approche.

- [1] R. C. V. Wagoner and R. C. Hansen, "Measurement of phase array scan impedance by load-pull," *Electronic Letters*, vol. 39, pp. 1101-1102, 2003.

Conclusion et perspectives

Dans cette thèse, une méthode originale a été développée pour la simulation, en émission, des antennes actives en régime non-linéaire. Cette méthode, qui s'appuie sur le principe de décomposition de domaine, vise à prédire un éventuel effet dû aux interactions entre les amplificateurs en régime saturé, couplés par l'intermédiaire du réseau d'éléments rayonnants. Sa relative simplicité, et la rapidité des calculs mis en jeu en font un outil potentiellement adapté à la simulation de grands réseaux actifs, et particulièrement au dimensionnement de l'isolation entre amplificateurs et éléments rayonnants. Une validation expérimentale reste néanmoins nécessaire, à ce stade, pour valider les résultats obtenus.

Dans cette méthode, les amplificateurs en régime saturé sont décrits par le modèle de distorsion polyharmonique (PHD Modeling), restreint ici aux termes relatifs à la fréquence fondamentale, obtenus par un processus d'optimisation à partir de mesures en régime grand signal et en conditions load-pull. On a pu vérifier que ce modèle, qui peut être vu comme une extension de la matrice de diffraction au domaine non-linéaire, restituait avec une très bonne précision la réponse d'amplificateurs saturés soumis à des variations de charge. Par ailleurs, les éléments passifs de l'antenne ont été modélisés par des matrices de diffraction généralisées, simulées ou mesurées selon les besoins.

En particulier, on a cherché à traiter le calcul du réseau passif d'éléments rayonnants par une approche inédite couplant la technique par changement d'échelle (SCT) et la méthode de décomposition de domaine (DDM). Pour ce faire, la SCT a pour la première fois été formulée en onde, et implémentée en recourant à des bases modales numériques. L'algorithme développé a tout d'abord été validé dans le cas d'iris, sur de larges bandes de fréquence. Il a ensuite été associé à diverses méthodes électromagnétiques (équations intégrales, éléments finis) dans un contexte de calcul multi-domaine, et appliqué au calcul d'antennes. On a ainsi validé la prédiction du diagramme de rayonnement d'antennes de type patches et anneau.

On a constaté cependant que la convergence de la SCT nécessitait un nombre important de modes au voisinage de discontinuités fortes. L'utilisation des modes numériques, dont l'avantage est de s'affranchir des limitations en termes de géométrie, est alors pénalisante. Dans l'optique d'être appliquée au calcul de réseaux, l'algorithme numérique pourrait être amélioré en sélectionnant plus précisément les modes utiles, par raison de symétrie, ou en utilisant la méthode du gradient conjugué pour construire la base. On peut aussi envisager

d'utiliser des fonctions de bases localisées plutôt que globales, pour décrire le champ sur les interfaces de la discontinuité, à condition de reprendre en partie la théorie.

Une fois assemblé, le graphe associant les éléments actifs et passifs de l'antenne a été résolu de manière itérative, pour aboutir à la prédiction des performances de l'antenne : diagrammes de rayonnement, niveaux de désadaptation en sortie des amplificateurs, etc....

La simulation d'une antenne constituée d'une centaine d'éléments a révélé, en l'absence d'isolation entre amplificateurs et éléments rayonnants, un effet de réseau lié aux non-linéarités, induisant principalement un lobe indésirable dans le diagramme de rayonnement. Ce phénomène pose problème car la puissance rayonnée de manière intempestive risque de dégrader les performances du radar. Plus grave, on a constaté que le niveau de désadaptation en sortie des amplificateurs variait fortement selon les directions de pointage, en particulier sur les bords du réseau. Dans la configuration simulée, ces niveaux deviennent critiques pour des angles de dépointage importants, risquant même de détruire certains amplificateurs.

Une partie des hypothèses simplificatrices utilisées dans ces travaux pourraient être levées dans de futurs développements. La dispersion technologique peut aisément être prise en compte en modifiant de manière aléatoire, dans des plages de variation à définir, les modèles des composants sur les différentes voies. Par ailleurs, les produits d'intermodulation générés en sortie des amplificateurs peuvent théoriquement être calculés en associant le modèle polyharmonique, dans sa formulation complète, et une matrice de diffraction multifréquence du réseau d'éléments rayonnants, c'est-à-dire étendue aux harmoniques.

Publications

Revues internationales

IEEE Antenna and Wireless Propagation Letters

"Iterative approach for the nonlinear simulation of active antennas"

Maxime Romier, André Barka, Hervé Aubert, Jean-Paul Martinaud, Michel Soiron

Conférences internationales

XX Symposium on Electromagnetic Phenomena in Nonlinear Circuits

2 - 4 juillet 2008, Lille, France

"Iterative approach for the nonlinear simulation of active antennas"

Maxime Romier, André Barka, Hervé Aubert, Jean-Paul Martinaud, Michel Soiron

Conférences nationales

GDR ONDES GT4, Antennes et circuits, 24 octobre 2007

Journée Thématique : Antennes, circuits et outils de conception dédiés

"Simulation électromagnétique des antennes actives en régime non linéaire"

Maxime Romier, Hervé Aubert, André Barka, Michel Soiron

GDR ONDES GT6, Compatibilité électromagnétique, 31 janvier 2007

Journée Thématique : Modélisation multi domaines et multi physiques en CEM

"Intégration de la technique par changement d'échelle dans un schéma de résolution multi-domaine : Application à la modélisation de structures rayonnantes"

Maxime Romier, Hervé Aubert, Michel Soiron, Jean-Paul Martinaud, André Barka

Séminaire Détection Electromagnétique, ENSTA, 2006

"Simulation électromagnétique des antennes actives en régime non linéaire"

Maxime Romier, Hervé Aubert, André Barka, Michel Soiron

Annexe Expression des bases modales

En l'absence de sources, le champ électromagnétique vérifie localement l'équation de Helmholtz sans second membre :

$$\left[\nabla^2 + k_0^2 \cdot \mu_r(x, y, z) \cdot \epsilon_r(x, y, z) \right] \xi(x, y, z) = 0$$

On impose sur le contour $\partial\Gamma$ des conditions aux limites de type mur électrique ou mur magnétique. Le champ électromagnétique dans le guide cylindrique infini de section Γ est solution du système :

$$\begin{cases} \left[\nabla^2 + k_0^2 \cdot \mu_r(x, y, z) \cdot \epsilon_r(x, y, z) \right] \xi(x, y, z) = 0 \\ C.L. \text{ pour } \xi \text{ sur } \partial\Gamma \end{cases}$$

Le guide est uniforme suivant z : le domaine et le contour (lieu et nature des conditions aux limites) sont invariants par translation suivant z . On peut séparer les variables dans l'expression de la fonction ξ :

$$\xi(x, y, z) = A(x, y)B(z)$$

On note ∇_T la composante transverse de l'opérateur ∇ , et ∂_z la dérivée partielle suivant l'axe longitudinal de la structure. Le système devient :

$$\begin{cases} \frac{\nabla_T^2 A}{A}(x, y) + \frac{\partial_z^2 B}{B}(z) + k_0^2 \cdot \mu_r(x, y) \cdot \epsilon_r(x, y) = 0 \\ C.L. \text{ pour } A \text{ sur } \partial\Gamma \end{cases}$$

L'équation est vérifiée pour tout z donc :

$$\frac{\partial_z^2 B}{B} = \gamma^2$$

où γ est appelée constante de mode.

Cas homogène

Si la section est homogène, l'équation est également homogène au sens mathématique : La constante de coupure k_c , définie ci-dessous, est indépendante des coordonnées.

$$k_c^2 = \gamma^2 + k_0^2 \mu_r \epsilon_r$$

Calculer le champ associé au mode revient à résoudre le problème aux valeurs propres :

$$\begin{cases} \nabla_T^2 \mathbf{A} = -k_c^2 \mathbf{A} \\ C.L. \text{ sur } \partial\Gamma \end{cases}$$

On définit la longueur d'onde de coupure et la fréquence de coupure :

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c}$$

$$f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

Ayant résolu ce problème pour la composante longitudinale du champ, on en déduit l'expression du champ transverse. On peut démontrer la relation suivante :

$$\begin{cases} \vec{E}_T = \frac{-\gamma \nabla_T E_z - j\omega\mu_0\mu_r \nabla_T H_z \times \vec{z}}{k_c^2} \\ \vec{H}_T = \frac{+j\omega\epsilon_0\epsilon_r \nabla_T E_z \times \vec{z} - \gamma \nabla_T H_z}{k_c^2} \end{cases}$$

La première étape consiste à calculer les fonctions propres, scalaires réelles, indépendantes de la fréquence, solutions des problèmes aux valeurs propres de type Laplacien.

Ψ solution du problème avec des conditions aux limites de type Neumann homogène :

$$\begin{cases} -\Delta\Psi = k_c^2\Psi & \text{sur } \Gamma \\ \frac{\partial\Psi}{\partial n} = 0 & \text{sur } \partial\Gamma \end{cases}$$

Φ solution du problème avec des conditions aux limites de type Dirichlet homogène :

$$\begin{cases} -\Delta\Phi = k_c^2\Phi & \text{sur } \Gamma \\ \Phi = 0 & \text{sur } \partial\Gamma \end{cases}$$

Contour de type mur électrique

Modes TE : Génératrice H_z

Considérons le m -ième mode TE du guide. Le champ transverse d'un mode TE découle du potentiel Ψ :

$$\vec{f}_m = \vec{n} \times \nabla \Psi \qquad \vec{g}_m = -\nabla \Psi$$

Dans le cas homogène, on introduit :

$$\begin{cases} x_m = \frac{jk\eta}{k_c^2} \\ y_m = \frac{\gamma}{k_c^2} \end{cases}$$

avec :

$$\eta = \sqrt{\mu/\epsilon} \qquad \text{Impédance caractéristique du milieu}$$

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\mu_r \epsilon_r} \qquad \text{Constante de propagation du milieu}$$

$$\gamma = \alpha k_g \qquad \text{Constante de propagation guidée du mode}$$

$$k_c^2 = k^2 - k_g^2 \qquad \text{Constante de coupure du mode}$$

Remarque : On retrouve l'admittance de mode TE en faisant le rapport :

$$\frac{y_m}{x_m} = \frac{\gamma}{jk\eta} = \frac{\gamma}{j\omega\mu_0\mu_r}$$

Modes TM : Génératrice E_z

Considérons le m -ième mode TM du guide. Le champ transverse d'un mode TM découle du potentiel Φ :

$$\vec{f}_m = \nabla \Phi \qquad \vec{g}_m = \vec{n} \times \nabla \Phi$$

Dans le cas homogène, on introduit :

$$\begin{cases} x_m = -\frac{\gamma}{k_c^2} \\ y_m = -\frac{jk}{\eta k_c^2} \end{cases}$$

Remarque : On retrouve l'admittance de mode TM en faisant le rapport :

$$\frac{y_m}{x_m} = \frac{jk}{\gamma\eta} = \frac{j\omega\epsilon_0\epsilon_r}{\gamma}$$

Contour de type mur magnétique

Modes TE : Génératrice H_z

Considérons le m -ième mode TE du guide. Le champ transverse d'un mode TE découle du potentiel Φ :

$$\vec{f}_m = \vec{n} \times \nabla \Phi \qquad \vec{g}_m = -\nabla \Phi$$

Dans le cas homogène, on introduit :

$$\begin{cases} x_m = \frac{jk\eta}{k_c^2} \\ y_m = \frac{\gamma}{k_c^2} \end{cases}$$

Remarque : On retrouve l'admittance de mode TE en faisant le rapport :

$$\frac{y_m}{x_m} = \frac{\gamma}{jk\eta} = \frac{\gamma}{j\omega\mu_0\mu_r}$$

Modes TM : Génératrice E_z

Considérons le m -ième mode TM du guide. Le champ transverse du mode découle du potentiel Ψ :

$$\vec{f}_m = \nabla \Psi \qquad \vec{g}_m = \vec{n} \times \nabla \Psi$$

Dans le cas homogène, on introduit :

$$\begin{cases} x_m = -\frac{\gamma}{k_c^2} \\ y_m = -\frac{jk}{\eta k_c^2} \end{cases}$$

Démonstration

On rappelle l'expression du champ électromagnétique transverse en fonction de la composante longitudinale du champ, dans le cadre des hypothèses exposées précédemment :

$$\begin{cases} \vec{E}_T = \frac{-\gamma \nabla_T E_z - j\omega\mu_0\mu_r \nabla_T H_z \times \vec{z}}{k_c^2} \\ \vec{H}_T = \frac{+j\omega\epsilon_0\epsilon_r \nabla_T E_z \times \vec{z} - \gamma \nabla_T H_z}{k_c^2} \end{cases}$$

Contours de type mur électrique

Mode TE : Génératrice H_z

H_z est solution de l'équation aux valeurs propres de Laplace avec conditions aux limites de Neumann homogène sur $\partial\Gamma$. On pose $H_z = \Psi$:

$$\vec{E}_T = \frac{j\omega\mu_0\mu_r}{k_c^2} \vec{n} \times \nabla_T \Psi = \frac{jk\eta}{k_c^2} \vec{n} \times \nabla_T \Psi$$

$$\vec{H}_T = -\frac{\gamma}{k_c^2} \nabla_T \Psi$$

Mode TM : Génératrice E_z

E_z est solution de l'équation aux valeurs propres de Laplace avec conditions aux limites de Dirichlet homogène sur $\partial\Gamma$. On pose $E_z = \Phi$:

$$\vec{E}_T = -\frac{\gamma}{k_c^2} \nabla_T \Phi$$

$$\vec{H}_T = -\frac{j\omega\epsilon_0\epsilon_r}{k_c^2} \vec{n} \times \nabla_T \Phi = -\frac{jk}{\eta k_c^2} \vec{n} \times \nabla_T \Phi$$

Contours de type mur magnétique

Mode TE : Génératrice H_z

H_z est solution de l'équation aux valeurs propres de Laplace avec conditions aux limites de Dirichlet homogène sur $\partial\Gamma$. On pose $H_z = \Phi$:

$$\vec{E}_T = \frac{j\omega\mu_0\mu_r}{k_c^2} \vec{n} \times \nabla_T \Phi = \frac{jk\eta}{k_c^2} \vec{n} \times \nabla_T \Phi$$

$$\vec{H}_T = -\frac{\gamma}{k_c^2} \nabla_T \Phi$$

Mode TM : Génératrice E_z

E_z est solution de l'équation aux valeurs propres de Laplace avec conditions aux limites de Neumann homogène sur $\partial\Gamma$. On pose $E_z = \Psi$:

$$\vec{E}_T = -\frac{\gamma}{k_c^2} \nabla_T \Psi$$

$$\vec{H}_T = -\frac{j\omega\epsilon_0\epsilon_r}{k_c^2} \vec{n} \times \nabla_T \Psi = -\frac{jk}{\eta k_c^2} \vec{n} \times \nabla_T \Psi$$

Résumé / Abstract :

Les antennes réseaux actives en cours de développement ont pour particularité de posséder, à l'émission, des amplificateurs en régime saturé placés à proximité immédiate des éléments rayonnants. Les couplages du réseau peuvent induire des variations de charge susceptibles de perturber les amplificateurs et de modifier les performances globales de l'antenne. Afin de prédire cet effet, un outil de simulation associant la description des éléments passifs et actifs de l'antenne a été développé. Plusieurs modèles d'amplificateurs, dont le modèle de distorsion polyharmonique (PHD), ont été obtenus à partir de mesures et évalués. D'autre part, le calcul électromagnétique du réseau d'éléments rayonnants a fait l'objet d'une approche originale couplant la technique par changement d'échelle (SCT) et la méthode de décomposition de domaine (DDM). Finalement, la simulation d'un réseau actif d'une centaine d'éléments a révélé des phénomènes inédits tels que le rayonnement d'un lobe parasite dû aux non-linéarités.

The active array antennas currently developed may include, for transmission mode, high-power amplifiers in nonlinear regime located at the vicinity of the radiating elements. The mutual couplings of the array may induce load variations at the output of amplifiers, which might affect their transfer characteristics and modify the overall performance of the antenna. In order to predict such effects, a simulation tool combining the description of passive and active components has been developed. Several nonlinear models of amplifiers such as the PolyHarmonic Distortion Model (PHD) have been investigated, and extracted from measurement data. Besides, the electromagnetic simulation of the radiating element array has been treated by the original association of the scale change technique (SCT) and the domain decomposition method (DDM). Eventually, the simulation of a hundred elements active array antenna revealed various phenomena such as parasitic lobes caused by the nonlinearities.

Mots-clés / Keywords :

Hyperfréquences - Antennes actives - Amplification non-linéaire - Couplages mutuels - Modélisation électromagnétique multi-échelle - Radar - Telecom

Microwaves - Active Antenna - Nonlinear amplification - Mutual couplings - Multi-scale electromagnetic modelling - Radar - Telecom